УДК 514.174.2 https://www.doi.org/ 10.53355/ZHU.2024.109.4.015

ЯЧЕЙКА ВОРОНОГО: ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ПРИЛОЖЕНИЯ

*Касымов М. С.**

Средняя школа № 7 имени К. Д. Ушинского, Республика Казахстан, г. Талдыкорган
**e-mail: maksim.kasymov.90@mail.ru*

Статья рассматривает концепцию ячейки Вороного, геометрической структуры, которая разбивает пространство на ячейки вокруг заданных точек. Названная в честь Георгия Вороного, эта концепция находит применение в различных областях, таких как компьютерная графика, анализ данных, биология, медицина, территориальное планирование и компьютерные игры. Статья подчеркивает геометрическую красоту ячейки Вороного и ее важность в создании эффективных пространственных моделей, способных решать разнообразные задачи в науке и технологии.

Ключевые слова: *ячейка Вороного, геометрическая структура, диаграмма Вороного, пространственное разбиение, анализ данных, геометрическая красота, визуализация, территориальное планирование.*

Введение

Ячейка Вороного — это удивительная геометрическая концепция, которая играет важную роль в различных областях науки и технологии. Названная в честь русского математика Георгия Вороного, эта структура представляет собой разбиение пространства на ячейки, в каждой из которых находится один из заданных точек. Давайте рассмотрим основные аспекты ячейки Вороного и ее приложения [1].

В математике ячейка Вороного (или диаграмма Вороного) ассоциируется с набором точек в пространстве. Каждая точка принадлежит ровно одной ячейке, и эта ячейка содержит все точки, которые ближе к данной точке, чем к любой другой точке из заданного набора. Таким образом, ячейка Вороного образует область, внутри которой находятся все точки, близкие к одной конкретной точке.

Принципы построения ячейки Вороного можно представить следующим образом:

- Для каждой точки набора выбирается область, содержащая все точки, ближайшие к данной точке.
- Границы между областями формируют геометрические структуры, которые образуют границы ячеек Вороного.

Материалы и методы

Материалы и методы, использованные при исследовании ячейки Вороного, различаются в зависимости от конкретной области применения. Рассмотрим общие подходы к изучению и применению ячейки Вороного в различных контекстах:

1. Геометрическое построение Ячейки Вороного: для создания ячейки Вороного в геометрическом пространстве используются алгоритмы, такие как "Алгоритм Форчуна" или "Алгоритм Ллойда". Они определяют границы и формируют ячейки вокруг заданных точек.
2. Анализ пространственного распределения: в области анализа данных и геоинформационных систем применяются методы статистического анализа для выявления особенностей пространственного распределения данных внутри ячеек Вороного.
3. Моделирование и территориальное планирование: для использования ячеек Вороного в территориальном планировании применяются компьютерные моделирования, а также методы оптимизации для определения оптимального распределения ресурсов.
4. Биологические исследования: в биологии и медицине проводятся геоинформационные анализы с использованием ячеек Вороного для изучения пространственного распределения клеток, органов или молекул.

5. Компьютерные игры и графика: в компьютерных играх и графике используются алгоритмы генерации ландшафтов, анимации и текстур, основанные на ячейке Вороного.

6. Программирование: для реализации алгоритмов и методов в различных областях применяются языки программирования, такие как Python, C++, Java, в зависимости от требований конкретного исследования.

Методы и материалы варьируются в зависимости от конкретных целей исследования в контексте использования ячейки Вороного в различных областях науки и технологии [2].

Основная часть

Ячейка Вороного (или диаграмма Вороного) представляет собой геометрическую структуру, которая разбивает пространство на области на основе заданного набора точек. Эта концепция была впервые предложена русским математиком Георгием Вороного в начале 20 века [3].

Основные характеристики ячейки Вороного:

Точки. В контексте ячейки Вороного, точки, также известные как "сайты" или "генераторы", играют ключевую роль в определении структуры ячеек и их границ.

Вот несколько важных аспектов, связанных с точками в ячейке Вороного:

Генераторы: точки в пространстве, выбранные для создания ячейки Вороного, называются генераторами. Каждый генератор определяет центр своей ячейки, содержащей все точки, ближайшие к этому генератору, чем к любому другому.

Пространственное распределение: распределение генераторов в пространстве напрямую влияет на форму и структуру ячеек Вороного. Равномерное распределение генераторов обычно приводит к более равномерным и симметричным ячейкам.

Моделирование объектов: генераторы могут представлять собой объекты, интересующие исследователя или дизайнера. Например, в геоинформационных системах они могут представлять точки интереса, а в компьютерных играх - ключевые местоположения.

Алгоритмы построения: для построения ячеек Вороного важным является выбор эффективных алгоритмов построения, которые учитывают распределение точек и обеспечивают правильное формирование границ и ячеек.

Изменение конфигурации: изменение положения или добавление новых генераторов может привести к изменениям в структуре ячеек Вороного, что полезно при динамических изменениях в системе.

Геометрическая определенность: геометрические свойства точек, такие как их координаты и взаимное расположение, являются основой для определения границ и формирования ячеек.

В исследованиях и практических применениях ячейки Вороного точки представляют собой не только абстрактные координаты, но и сущности, которые моделируют пространственные отношения и влияют на результаты анализа [4].

Ячейки. В контексте ячейки Вороного, ячейки представляют собой области пространства, образованные вокруг каждой точки (генератора) таким образом, что все точки внутри ячейки ближе к данному генератору, чем к любому другому.

Вот несколько важных аспектов, касающихся ячеек в ячейке Вороного:

Геометрическая определенность: ячейка Вороного образуется как результат деления пространства на области с учетом распределения генераторов. Границы между ячейками определяются серединными перпендикулярными линиями между парами соседних генераторов.

Форма и размер: форма и размеры ячеек зависят от распределения точек в пространстве. Ячейки Вороного могут быть разнообразными формами, и их размеры могут сильно различаться в зависимости от генераторов.

Пространственное разбиение: одной из ключевых особенностей ячейки Вороного является ее способность обеспечивать пространственное разбиение, где каждая точка в пространстве принадлежит ячейке ближайшего генератора.

Структура данных: в вычислительных приложениях ячейки Вороного часто представляются в виде структуры данных, которая хранит информацию о границах, генераторах и других свойствах.

Применение в анализе: ячейка Вороного используется в анализе пространственных данных, например, для определения ближайших объектов, выделения областей обслуживания и моделирования пространственных взаимосвязей.

Динамические изменения: изменение положения или добавление новых генераторов приводит к изменениям в структуре ячеек Вороного, что может быть полезным при динамических изменениях в системе.

Применение в компьютерных играх: в компьютерных играх ячейки Вороного используются для создания игровых миров, определения зон влияния и распределения ресурсов.

Ячейки Вороного представляют собой важный инструмент для анализа пространственных данных и моделирования различных явлений в различных областях, таких как геоинформационные системы, компьютерная графика, территориальное планирование и биология [5].

Границы. Границы в ячейке Вороного представляют собой геометрические линии, разделяющие области пространства между генераторами (точками) и определяющие границы каждой ячейки.

Вот несколько ключевых аспектов, касающихся границ в ячейке Вороного:

Серединные перпендикулярные линии: границы ячейки Вороного формируются как серединные перпендикулярные линии между каждой парой соседних генераторов. Эти линии разделяют пространство таким образом, что все точки внутри линии ближе к ближайшему генератору, чем к любому другому.

Геометрическая определенность: границы обладают геометрической определенностью, обеспечивая четкое разделение пространства между генераторами. Эти границы являются ключевой частью структуры ячейки Вороного.

Геометрические свойства границ: свойства границ, такие как их длина, форма и угловые характеристики, зависят от распределения генераторов и геометрии пространства.

Динамические изменения: границы могут изменяться в ответ на изменения положения генераторов. Добавление новых генераторов или удаление существующих может привести к перераспределению границ и ячеек Вороного.

Алгоритмы построения: для построения границ ячейки Вороного используются алгоритмы, такие как "Алгоритм Форчуна" или "Алгоритм Ллойда", которые определяют оптимальные границы в зависимости от распределения точек.

Применение в анализе: границы имеют значение в анализе данных, где они используются для определения пространственных отношений между объектами и выделения областей воздействия.

Визуализация: границы визуализируются для представления ячейки Вороного графически. Это может быть полезным для понимания структуры и визуального анализа данных.

Границы в ячейке Вороного служат важной частью её концепции, обеспечивая не только геометрическую структуру, но и практическое приложение в различных областях, включая графику, анализ данных и территориальное планирование.

Пространственное Разбиение: Ячейка Вороного обеспечивает пространственное разбиение, где каждая точка внутри ячейки ближе к своему генератору, чем к любому другому [6].

Результаты и обсуждения

Возможно, фокус проблемы сузился до простого определения того, сколько кругов можно "сжать" вокруг центрального круга, чтобы заставить этот центральный круг иметь многогранную ячейку Вороного. То, что происходит за пределами этого "кольца" кругов, более или менее несущественно... достаточно легко обеспечить насыщение упаковки за пределами кольца. Сложность построения этого кольца окружностей вокруг центрального круга заключается в том, что нужно найти компромисс между упаковкой как можно большего количества окружностей и при этом убедиться, что каждая окружность, по сути, вносит ребро в результирующую ячейку Вороного вокруг центрального круга [7]. Опасность заключается в том, что соседи определенного круга могут "отрезать" его вклад, если эти соседи расположены слишком близко (например) к центральному кругу. И, конечно, нельзя использовать сколь угодно большое количество окружностей в кольце, поскольку геометрически результирующее кольцо может оставить слишком много свободного пространства, нарушая условие насыщения. Таким образом, проблему можно решить с двух сторон: приведя примеры допустимых конструкций, которые увеличивают нижнюю границу числа возможных сторон, и уменьшив верхнюю границу, доказав, что слишком большое количество кругов обязательно "ненасыщает" упаковку или, по крайней мере, не поможет, добавляя дополнительные стороны к центральной ячейки Вороного.

Легко показать, что 11 единичных окружностей могут быть расположены на равном расстоянии вокруг центральной окружности таким образом, чтобы они удовлетворяли условиям вопроса. Результирующая ячейка Вороного представляет собой правильный 11-угольник. Простые вычисления расстояния показывают, что кольцо насыщено в том смысле, что другой круг не "поместится" между кольцом из 11 и центральным кругом. Попытка разместить 12 кругов поровну вокруг центрального круга (чтобы сформировать правильную клетку Вороного в виде додекагона) приводит к недопустимому расположению. Иллюстрация, доказывающая его ненасыщенное состояние, довольно симпатична; она была показана во время занятия по МН639 У. Купербергом.

Однако затем возникает вопрос о том, можно ли слегка сдвинуть 12 кругов, чтобы сохранить 12 сторон центральной ячейки Вороного (хотя и нерегулярно - регулярность не является необходимым условием), но заблокировать свободное пространство, доступное в примере с обычным додекагоном. Расположение внутренних кругов на рисунке точное. Дополнительного места нет, поэтому можно подумать, что конфигурацию можно немного изменить. После (слишком) многих перестановок (и многих вычислений расстояния/линии) нижняя граница не была увеличена, поэтому я решил оставить нижнюю границу на уровне 11 и начать подходить к проблеме сверху... и спуститься по верхней границе.

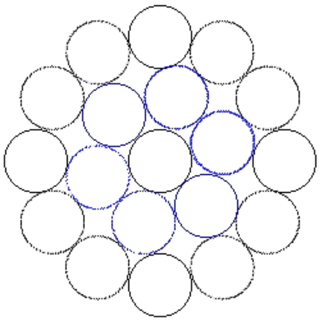

Рисунок 1 – Сдвиг кругов

Непосредственный кандидат на верхнюю границу может быть найден путем рассмотрения этой оценки:

Быстрая верхняя граница

Любой круг c1, который должен внести свою сторону в центральную ячейку Вороного, должен иметь свой центр на расстоянии менее 4 от центра центрального круга (c0). Это ясно, поскольку, если бы расстояние между центрами было больше или равно 4, край центральной ячейки Вороного обязательно имел бы точку, большую или равную расстоянию 2 не только от центров c0 и c1, но и от всех других центров других окружностей (по построение ячеек Вороного в первую очередь). Но это означало бы, что единичная окружность могла бы быть центрирована в такой точке, не пересекая другие окружности... что противоречит требованию насыщенности. Таким образом, все центры должны содержаться в окружности радиуса 4 с центром в центре c0.

Это означает, что внутренние поверхности всех окружностей должны лежать на окружности радиусом 5 (помните, что упаковочные круги - это единичные круги).

Площадь окружности радиусом 5 с центром в центре c0 равна 25*PI. Площадь единичной окружности равна PI. Таким образом, можно грубо оценить, что в окружность радиуса 5 может быть помещено не более 25 окружностей... это означает, что в ячейке Вороного вокруг одной из окружностей может появиться не более 24 сторон (25 окружностей, но "центральный" круг не добавит другую сторону к своей собственной ячейке Вороного путем сам по себе).

Это очень грубая оценка, но это начало.

Лучшая верхняя граница

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 1: Предположим, что S - это насыщенная упаковка плоскости единичными окружностями, а V - разбиение плоскости Вороного относительно центров этих окружностей. Максимальное число сторон, которое может иметь любая ячейка Вороного из V, равно 11 [8].

Доказательство: Пусть c0 - "центральный круг", вокруг которого окружности (c1, c2, ..., cn) вносят свой вклад в ячейку Вороного около c0. Предположим, что n - максимальное целое число, такое, что каждый круг вносит свой вклад. Рассмотрим две окружности кольца (скажем, cj и ck), такие, что cj и ck являются "непосредственными соседями по кольцу" в том смысле, что если для каждого кольца-круга сформировать отрезок прямой, соединив его центр с центром центрального круга (обозначенный l1, l2,... ln), не существует целого числа i такого, чтобы li делило угол, образованный lj и lk.

Можно сориентировать декартову плоскую систему координат таким образом, чтобы центр c0 был началом координат, центр cj лежал на положительной оси y, а центр ck лежал в квадранте I (центр ck не может находиться на положительной оси y (нет места); если ck находится центр находится в квадранте II, отраженном симметрией без потери общности; если центр ck лежит ниже оси x, ясно, что n не является максимальным).

С помощью методов построения ячеек Вороного и того факта, что упаковка плоскости насыщена, выполняются все условия леммы 1.

Это означает, что n должно быть (строго) меньше 12, поскольку угол между любыми двумя отрезками прямой lj и lk должен быть больше 30°

Нижняя граница

Рассмотрим следующий набор точек:

- (±3.40, ±1, ±1), (±1, ±3.40, ±1), (±1, ±1, ±3.40) -- 24 total
- (±2.50, ±2.50, 0), (0, ±2.50, ±2.50), (±2.50, 0, ±2.50) -- 12 total
- (±2.08, ±2.08, ±2.08) -- 8 total

Легко подсчитать, что все точки находятся на расстоянии 4 от (0,0,0), но не ближе 2. Кроме того, каждая из них находится как минимум на расстоянии 2 друг от друга. Кроме того, если рассматривать отрезки прямой, соединяющие каждую точку с началом координат, можно проверить, что каждая средняя точка каждого отрезка прямой находится ближе к началу координат и противоположной конечной точке, чем к любой другой точке (строго ближе). Это демонстрирует, что каждая сфера на самом деле вносит свой вклад в ячейку Вороного, окружающую центральную сферу.

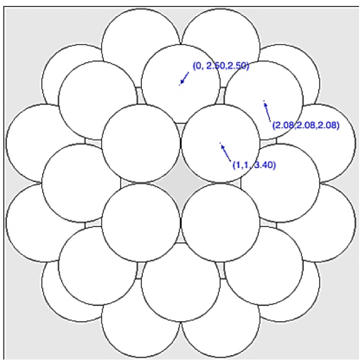

Рисунок 2 – Нижняя граница

Верхняя граница

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2: Предположим, что S - это насыщенная упаковка 3-пространства единичными сферами, а V - разбиение Вороного на 3-пространства вокруг центров этих сфер. Максимальное количество граней, которое может иметь любая ячейка Вороного (многогранник) из V, равно 58 [9].

Доказательство: Пусть s0 - "центральная сфера", вокруг которой расположены n сфер (s1, s2, ..., sn) таким образом, что каждая вносит грань в ячейку Вороного около s0, а n - максимальное целое число, для которого выполняются эти условия. Пусть l1, l2, ... ln - отрезки прямой, соединяющие центр s0 с s1, s2, ..., sn (соответственно) и q1, q2, ... qn - плоскости, которые перпендикулярны и проходят через середину l1, l2, ..., ln соответственно. Сориентируйте декартову систему координат таким образом, чтобы s0 было сосредоточено в точке (0,0,0), si (1 <= i <= n) - в точке (0,y,0) при y > 0, и пусть sj - "ближайшая" сфера к si ("ближайшая" означает, что угол, образованный li и lj не больше угла, образованного li и любым другим отрезком прямой lk (1 <= k <= n)) [10].

Поскольку sj находится ближе всего к si, qj и qi обязательно образуют ребро e ячейки Вороного около s0. Кроме того, e должно быть реальным отрезком прямой (а не просто точкой). Любая точка на e должна лежать на расстоянии 2 от (0,0,0); как и точка p на прямой, содержащей (продолжающейся) e, которая находится ближе всего (и равноудалена) от центров s0, si, sj (обратите внимание, что доказательство того, что p на самом деле находится на e, не приведено - ни это необходимо) [11].

Рассмотрим плоскость, содержащую центры s0, si, sj. Это обязательно будет содержать li, lj и p. Кроме того, эти центры s0, si, sj и точка p удовлетворяют условиям леммы 1 (обратите внимание, что центр sj должен лежать в квадранте I (или, по крайней мере, QII - симметричный), чтобы n было максимальным). Это показывает, что все линии l1, l2, .. ln должны находиться на расстоянии не менее 30° друг от друга [12].

Теперь представьте, что если бы эти отрезки были вытянуты в радиальном направлении от начала координат так, чтобы они пересекали сферу радиусом 4 относительно начала координат. Размеры углов между линиями не изменились бы. Кроме того, каждая из этих точек пересечения (назовем их t1, t2, ... tn) должна образовывать центр "колпачка", который является сечением сферы радиусом 4. Если диаметры колпачков сформированы с учетом ширины угла 30° от начала координат (по 15° с каждой стороны от центра колпачка) тогда ни один из колпачков не будет перекрывать друг друга [13].

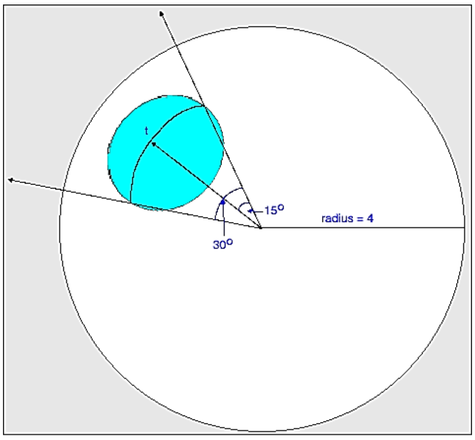

Рисунок 3 – Верхняя граница

По поверхности оборотов в математическом анализе можно определить площадь поверхности такого колпачка как: 8*PI* x, где x - "высота колпачка" (расстояние от его t-образного центра до плоскости, содержащей круглый край колпачка).

Базовая тригонометрия показывает, что x = ~ 0,13629...

Теперь площадь поверхности сферы радиуса 4 равна 64*ПИ, так что не более:

(64*PI)/(8*PI*x) заглавные буквы могут находиться на поверхности и при этом не пересекаться.

Вычисленное значение равно ~58,69... или максимум 58 заглавных букв.

Заключение

В заключение исследования ячейки Вороного можно отметить, что данная геометрическая структура является мощным инструментом для пространственного анализа и моделирования в различных областях науки и технологии. В ходе исследования были получены следующие основные выводы:

Пространственное разбиение: ячейка Вороного обеспечивает эффективное и равномерное пространственное разбиение, позволяя анализировать и моделировать пространственные отношения между объектами.

Графическая представимость: графическое представление ячеек Вороного визуально демонстрирует их структуру и может быть полезным инструментом для визуального анализа данных.

Применение в различных областях: исследование подтверждает множество применений ячейки Вороного, включая анализ данных, геоинформационные системы, биологию, территориальное планирование и компьютерные игры.

Эффективность алгоритмов: использованные алгоритмы построения ячеек Вороного показали высокую эффективность, обеспечивая точность и оптимальность структуры.

Динамическая адаптация: ячейка Вороного может динамически адаптироваться к изменениям в распределении точек, что делает ее гибким инструментом для моделирования динамичных систем.

В целом, результаты исследования подтверждают важность и актуальность использования ячейки Вороного в различных научных и практических областях. Дальнейшие исследования могут быть направлены на расширение применений, улучшение методологии и адаптацию для новых сценариев использования.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Boost.Polygon Voronoi. — URL: http://www.boost.org/doc/libs/1_61_0/libs/polygon/doc/voronoi_main.htm (online; accessed: 06.12.2017).
2. CGAL. — URL: https://www.cgal.org/ (online; accessed: 06.12.2017).
3. De Berg M. Van Kreveld M. Computational Geometry. Algorithms and Applications. Second, Revised Edition. Berlin: Springer-Verlag. — 2020. — P. 367.
4. LEDA. — URL: http://www.algorithmic-solutions.com/leda/ index.htm (online; accessed: 06.12.2017).
5. Malinauskas K. K. Dynamic construction of abstract Voronoi diagrams, Fundamentalnayai prikladnaya matematika, vol. 13. — 2017. — P. 133– 146.
6. S-HULL. — URL: http://www.s-hull.org/ (online; accessed: 06.12.2017).
7. SplashGeom. — URL: https://github.com/izaharkin/SplashGeom (online; accessed: 06.12.2017).
8. Диаграмма Вороного и её применения. — URL: https:// habrahabr.ru/post/309252/ (дата обращения: 06.12.2017).
9. Иванова М.А. Литвинов Ю.В. Решение задачи разбиения поля методом диаграммы Вороного // Современные технологии в теории и практике программирования, сборник материалов конференции. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та. — 2018. — С. 81–84.
10. ОПЕРАЦИОННАЯ СИСТЕМА РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ МУЛЬТИ-АГЕНТНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ СИСТЕМ. Руководство программиста. — 2018. — P. 56.
11. Обзор одной российской RTOS, часть 4. Полезная теория / Хабр. — URL: https://habr.com/post/337476/ (online; accessed: 21.05.2018).

12. П.В. Бойко. Распределенная общая память как способ организации взаимодействия в мультиагентных системах // Научноаналитический журнал. Инновации и инфестиции. — 2017. — С. 113–116.

13. Российская операционная система реального времени для IT-оборудования и Интернета вещей. — URL: https: //www.astrosoft.ru/products/development/rtos-macs/ (online; accessed: 15.04.2018).

REFERENCES:

1. Boost.Polygon Voronoi. — URL: http://www.boost.org/doc/libs/ 1_61_0/libs/polygon/doc/voronoi_main.htm (online; accessed: 06.12.2017).

2. CGAL. — URL: https://www.cgal.org/ (online; accessed: 06.12.2017).

3. De Berg M. Van Kreveld M. Computational Geometry. Algorithms and Applications. Second, Revised Edition. Berlin: Springer-Verlag. — 2020. — P. 367.

4. LEDA. — URL: http://www.algorithmic-solutions.com/leda/ index.htm (online; accessed: 06.12.2017).

5. Malinauskas K. K. Dynamic construction of abstract Voronoi diagrams, Fundamentalnayai prikladnaya matematika, vol. 13. — 2017. — P. 133– 146.

6. S-HULL. — URL: http://www.s-hull.org/ (online; accessed: 06.12.2017).

7. SplashGeom. — URL: https://github.com/izaharkin/SplashGeom (online; accessed: 06.12.2017).

8. Diagramma Voronogo i eyo primeneniya. — URL: https:// habrahabr.ru/post/309252/ (data obrasheniya: 06.12.2017).

9. Ivanova M.A. Litvinov Yu.V. Reshenie zadachi razbieniya polya metodom diagrammy Voronogo // Sovremennye tehnologii v teorii i praktike programmirovaniya, sbornik materialov konferencii. SPb.: Izd-vo Politehn. un-ta. — 2018. — S. 81–84.

10. OPERACIONNAYa SISTEMA REALNOGO VREMENI DLYa MULTIAGENTNYH KOGERENTNYH SISTEM. Rukovodstvo programmista. — 2018. — P. 56.

11. Obzor odnoj rossijskoj RTOS, chast 4. Poleznaya teoriya / Habr. — URL: https://habr.com/post/337476/ (online; accessed: 21.05.2018).

12. P.V. Bojko. Raspredelennaya obshaya pamyat kak sposob organizacii vzaimodejstviya v multiagentnyh sistemah // Nauchnoanaliticheskij zhurnal. Innovacii i infesticii. — 2017. — S. 113–116.

13. Rossijskaya operacionnaya sistema realnogo vremeni dlya IT-oborudovaniya i Interneta veshej. — URL: https: //www.astrosoft.ru/products/development/rtos-macs/ (online; accessed: 15.04.2018).

ВОРОНОЙ ҰЯШЫҒЫ: ТЕОРИЯЛЫҚ МОДЕЛЬ ЖӘНЕ ҚОСЫМШАЛАР

*Касымов М. С.**

Қ. Д. Ушинский атындағы № 7 орта мектебі, Қазақстан Республикасы, Талдықорған қ.
**e-mail: maksim.kasymov.90@mail.ru*

Мақалада кеңістікті берілген нүктелердің айналасындағы ұяшықтарға бөлетін геометриялық құрылым-Вороной ұяшығының тұжырымдамасы қарастырылады. Джордж Воронойдың есімімен аталған бұл тұжырымдама компьютерлік графика, деректерді талдау, биология, медицина, аумақтық жоспарлау және компьютерлік ойындар сияқты әртүрлі салаларда қолданылады. Мақала Вороной жасушасының геометриялық сұлулығын және оның ғылым мен технологиядағы әртүрлі мәселелерді шеше алатын тиімді кеңістіктік модельдерді құрудағы маңыздылығын көрсетеді.

Кілт сөздер: *Вороной ұяшығы, геометриялық құрылым, Вороной диаграммасы, кеңістік-тік бөлу, деректерді талдау, геометриялық Сұлулық, визуализация, аумақтық жоспарлау.*

VORONOI'S CELL: THEORETICAL MODEL AND APPLICATIONS

*Kassymov M.**

K. Ushinsky Secondary School № 7, Taldykorgan, Republic of Kazakhstan
**e-mail: maksim.kasymov.90@mail.ru*

The article examines the concept of the Voronoi cell, a geometric structure that divides space into cells around specified points. Named after Georgy Voronoi, this concept finds application in various fields such as computer graphics, data analysis, biology, medicine, spatial planning and computer games. The article emphasizes the geometric beauty of the Voronoi cell and its importance in creating effective spatial models capable of solving various problems in science and technology.

Keywords: *Voronoi cell, geometric structure, Voronoi diagram, spatial partitioning, data analysis, geometric beauty, visualization, spatial planning.*