

ТРАПЕЦИЯНЫ МЕКТЕПТЕ ОҚЫТУДЫҢ ЖАҢА ТӘСІЛДЕРІ

А.А. Абжапбаров¹ , Қ. Ізтілеуұлы² , А. Бақберген^{1,*} , Ш.Е. Алтынбеков¹ 

¹М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті,
Қазақстан Республикасы, Шымкент қ.

²«Мектептегі математика» Республикалық журнал, Қазақстан Республикасы, Шымкент қ.
*e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, azeke_55@mail.ru, myrza50@mail.ru

Аңдатпа. Мақалада мектептегі геометрия курсына трапеция ұғымын оқыту барысында туындайтын теориялық және әдістемелік мәселелер талданады. Мектептегі геометрия оқулықтарын салыстыра қарастыру нәтижесінде трапецияға қатысты мазмұндық ашықтықтар мен бірізділіктің сақталмауы анықталды. Атап айтқанда, трапецияның бір түрінің нақты атауы енгізілмей, әртүрлі оқулықтарда әртүрлі атаулармен берілуі – оқу үдерісінде түсінбеушілік тудыратын маңызды кемшіліктердің бірі. Сондай-ақ, трапеция ұғымына қатысты анықтамалардың бір-біріне сәйкес келмеуі, олардың мазмұндық тұрғыдан әртүрлі құрастырылуы да пәнді терең меңгеруге кедергі келтіретін елеулі мәселе екені көрсетіледі.

Ғылыми тұрғыдан алғанда, кез келген геометриялық ұғымның мазмұны, атауы және жіктелуі толық әрі дәл анықталуы тиіс. Осыған байланысты зерттеу жұмысының мақсаты – оқулықтарда атаусыз келген трапеция түріне нақты ғылыми атау беру және оның геометриялық табиғатын ашып көрсету. Трапецияны «қиық үшбұрыш» ретінде қарастырып, үшбұрышты бір қабырғасына параллель түзу арқылы қию нәтижесінде пайда болатын жаңа трапеция түрлері анықталды. Нәтижесінде бұрын атаусыз келген трапеция «сүйір бұрышты трапеция» деп аталып, сонымен бірге «доғал бұрышты трапеция» ұғымы ғылыми айналымға енгізілді.

Зерттеудің практикалық маңыздылығы – жаңа анықтамалар мен жіктеулер негізінде трапецияның бірқатар жаңа қасиеттерінің ашылуы және ауданын есептеуге арналған жаңа формулалардың қорытылуында. Бұл нәтижелер геометрия ғылымының дамуына үлес қосты әрі мектепте трапецияны оқытудың әдістемелік жүйесін жетілдіруге мүмкіндік берді. Шығармашылықпен жұмыс істейтін математика мұғалімдері аталған жаңалықтарды соңғы жиырма бес жыл ішінде оқу тәжірибесінде тиімді қолданып келеді.

Кілт сөздер: трапеция ұғымы, мәнді белгілері, анықтамалары, көлемі, қиық үшбұрыш, трапецияны түрлерге жіктеу.

Кіріспе

Зерттеудің негізгі идеясы – трапецияны оқытуда орын алып жүрген ғылыми қателіктерді түзету. Зерттеуде біз сондай кемшіліктерді түгелдей анықтап, оларды түзетудің жолдарын көрсеттік. Осы кемшіліктерді түзеткенде геометрия ғылымындағы трапецияға қатысты таным толығып, дамыды.

Геометрия оқулықтарындағы негізгі ұғымдар мен анықтамалардың ғылыми дәлдігі мен жас ерекшеліктеріне сай берілуі оқу сапасын қамтамасыз етудің маңызды шарты болып табылады [1]. Қолданыстағы стандарттар мен оқу бағдарламасына сәйкес келмейтін немесе оқу мазмұнының бірізділігін бұзуы мүмкін жаңа анықтамаларды енгізу оқушылардың теориялық түсінігін қиындатуы ықтимал. Сондықтан үшбұрыш пен трапеция анықтамаларын қайта қарау жөніндегі ұсыныстардың оқыту логикасына, оқу бағдарламасының құрылымына және оқушылардың танымдық деңгейіне сәйкестігін талдау – бүгінгі білім мазмұнын жетілдіру тұрғысынан аса өзекті мәселе.

Қай кездері болсын, мектептерде қолданып жүрген геометрия оқулықтарының барлығында дерлік геометриялық ұғымдарды анықтауға қатысты қателер жиі кездеседі. Біз бұл жерде трапецияны оқытуға қатысты мәселелерді ғана қарастырып отырмыз. Зерттеу жұмысымыздың басты мақсаты мен міндеттері трапеция ұғымының логикалық қатаң анықтамасын тұжырымдау, трапеция ұғымы қарастырылғаннан бері оның атауы табылмай келе жатқан түріне белгілі бір тұрақты атау табу болды. Мектепте геометрияны оқытқан кездегі тәжірибемізді және басқа да геометриялық әдебиеттерге талдау жасауымыз арқылы алдымызға қойған міндетті толық орындап, мақсатымызға жеттік. Дүние жүзінде бірнеше мыңдаған

жылдар бойы атауы табылмай келген трапецияның түріне «сүйір бұрышты трапеция» деген атау бердік. Зерттеу барысында трапецияның «доғал бұрышты трапеция» деп аталатын жаңа түрінің бар екенін таптық. Трапецияға және оның болмыста бар төрт түріне жаңа мәнді белгі бойынша қатаң логикалық анықтамалар тұжырымдадық. Бұл жаңалықтар геометрия ғылымын дамытты және трапецияны мектепте оқыту әдістемесін жетілдірді.

Геометрияны оқыту әдістемесі оқу мазмұнының бірізділігі мен логикалық толықтығын қамтамасыз етуді талап ететін аса маңызды педагогикалық сала болып табылады [2]. Әлемдік және отандық зерттеулерде геометриялық ұғымдарды қалыптастырудың кезеңдік, жүйелі және жас ерекшеліктерін ескеретін тәсілдері басымдыққа ие (Пиаже, Виготский, ван Хиеле теориясы) [3]. Әсіресе ван Хиеле деңгейлерінің теориясы оқушылардың геометриялық түсінігі бірден қалыптаспайтынын, ол қарапайым визуалды танудан бастап логикалық-аксиоматикалық деңгейге дейін дамитынын көрсетеді. Осы тұрғыдан алғанда, мектеп оқулықтарында ұсынылатын анықтамалар оқушының қабылдау деңгейіне сай, бірімәнді, қарапайым әрі түсінікті болуы тиіс.

Материалдар мен әдістер

Зерттеу жұмысын теориялық-әдістемелік тұрғыдан талдау мақсатында отандық және шетелдік ғалымдардың еңбектеріне жан-жақты саралау жұмыстары жүргізілді.

Геометриялық анықтамаларды қалыптастыру мәселелері бойынша З.Қ. Сарыбеков, Ә.Ш. Әлмуканов, Б.Ә. Әбдіғали және т.б. қазақстандық ғалымдар да оқу мазмұнының ғылыми және педагогикалық негіздерін талдаған. Олардың еңбектерінде мектеп оқулығы тек ғылыми ақпарат көзі ғана емес, сонымен бірге оқушының ойлауын біртіндеп дамытатын дидактикалық құрал ретінде қарастырылатыны айтылады. Сондықтан жаңа анықтамаларды енгізу тек ғылыми дәлдікпен емес, педагогикалық тиімділікпен де бағалануы қажет.

Үшбұрыш анықтамасына байланысты ұсынылған екі түрлі тұжырымдаманы талдағанда, ғылыми әдебиетте «сынық» ұғымының геометрияның кейінгі тақырыптарына негіз болатыны белгілі. Алайда ғылыми-әдістемелік еңбектерде ұғымдарды ерте немесе орынсыз енгізу оқушылардың түсінуін қиындататыны жиі көрсетіледі. Мәселен, van Hiele деңгейлері бойынша оқушы алдымен фигураларды тұтас объект ретінде қабылдайды, ал оның құрылымдық элементтерін (сынық, буын, кесінді) талдау кейінгі деңгейлерде ғана толық меңгеріледі. Бұл – «сынық» ұғымын 7-сыныпқа ерте енгізу оқушының танымдық дайындығына сәйкес келе ме деген сұрақтың өзектілігін арттырады.

Трапеция түрлерін кеңейту мәселесі де геометрия әдістемесінде ұзақ талқыланып келген тұстардың бірі. Классикалық геометриялық білім беру тәжірибесінде трапецияның негізгі үш түрі – жалпы трапеция, тең бүйірлі және тік бұрышты трапеция оқытылады. Бұл түрлердің әрқайсысы оқушының фигуралардың қасиеттерін талдау, бұрыштар мен қабырғалардың байланысын түсіну, есеп шығару дағдыларын қалыптастыру мақсатында беріледі. Бұрыштарына қарай трапецияны сүйір бұрышты және доғал бұрышты деп бөлу Еуропаның кейбір оқу бағдарламаларында кездескенімен, олар әдетте орта сызық, биіктік, бұрыштар қатынасы сияқты қарапайым есептерді пысықтауда қосымша классификация ретінде ғана пайдаланылады. Оқыту әдістемесі бойынша В.А. Далингер, Г. Ван дер Марден сияқты авторлар геометриялық фигураларды шамадан тыс жіктеу оқушының басты ұғымды меңгеруін тежейтінін атап көрсетеді [4].

Қазақстандық оқулықтарда бұрыштарға байланысты тапсырмалар бар болғанымен, жаңа анықтамалар енгізудің педагогикалық қажеттілігі нақты дәлелденуі тиіс. Әдістемелік еңбектерде әрбір жаңа термин оқушы санасында мағыналық артық жүктеме тудыра ма, немесе керісінше, түсінікті жеңілдетуге үлес қосады ма деген қағида маңызды. Егер ұғымның енгізілуі оқу мақсаттарына қосымша құндылық қоспаса, онда ол оқу үдерісін күрделендіруі мүмкін.

Сонымен, әдебиеттерді талдау көрсеткендей, геометрия оқулығына өзгеріс енгізу тек ғылыми негізді қажет етпейді, сонымен бірге оқушылардың танымдық даму деңгейін, пәнаралық және тақырыпаралық байланыстарды, оқу бағдарламасының логикалық құрылымын ескеруді талап етеді. Осы себепті ұсынылған анықтамаларды енгізу мәселесі жан-жақты әдістемелік сараптауды қажет ететін өзекті педагогикалық міндет болып табылады.

Уақыттың өтуімен бірге мектепте қолданылатын оқулықтардың ауысып отыруы да заңды құбылыс. Геометрия оқулықтары қай елде, қанша рет қайта жазылса да, олардың барлығында трапецияның «тік бұрышты трапеция», «теңбүйірлі трапеция» деген және белгілі бір тұрақты атауы жоқ тағы бір түрі қарастырылып келеді. Ұғымды басқа ұғымдардан ажырата алу үшін әрбір ұғымға атау берілуі тиіс. Ал трапецияның осы түріне атаудың берілмеуі геометрия ғылымындағы трапеция туралы танымның әлі толық қалыптаспағанын көрсетеді. Осы атауы жоқ трапецияны оқулықтардың бірінде «жалпы түрдегі трапеция», тағы бірінде «әртүрлі қабырғалы трапеция», келесі «кез келген трапеция», көпшілігінде жай ғана «трапеция» деп атайды. Бұл да геометрия ғылымындағы ескерілмей келе жатқан үлкен кемшілік. Жаңа туған сәбиге белгілі бір ғана ат (есім) қойылатыны сияқты, анықталған әрбір ұғымның да бір ғана атауы болуы тиіс.

Енді қолданылып жүрген осы атаулардың трапецияның осы бір түріне атау бола алу мүмкіндігін қарастырып көрейік. Алдымен «жалпы түрдегі трапеция» атауын алайық. Мәселе түсінікті болуы үшін аналогиялы мысал қарастырайық. Біз алма жемісінің бірнеше түрі болатынын білеміз. Айталық, солардың ішіндегі апорт алмасын алма жемісінің жалпы түрі деп атауымызға бола ма? Әрине, жоқ. Өйткені апорт алмасы да алмалардың басқа түрлері сияқты алма жемісінің бір түрі ғана. Ол алманың басқа түрлерінің барлығының бірдей ерекшелігін, қасиеттерін қамти алмайды. Олай болса, осы сияқты, трапецияның бір түрін «трапецияның жалпы түрі» деп жүргеніміз де орынсыз болғаны. Енді «әр түрлі қабырғалы трапеция» атауын қарастырайық. Осыған дейін қарастырып келген трапецияның үш түрінің ішіндегі қабырғаларының ұзындығына қарай ерекшелінетін түрі – «теңбүйірлі трапеция» ғана. Қалған трапециялар – әр түрлі қабырғалы трапециялар. Онда трапецияның бір түрі үшін «әр түрлі қабырғалы трапеция» атауын қолданып жүргеніміз де дұрыс болмағаны. Ал трапецияның белгілі бір түрін «кез келген трапеция» немесе «трапеция» деп атаудың да ақылға сыйымсыз екені өзінен-өзі түсінікті.

7-сынып оқулығына үшбұрышты «тұйықталған үшбуынды сынық» арқылы анықтау, сондай-ақ 8-сыныпқа трапецияның қосымша екі түрін (сүйірбұрышты, доғалбұрышты) енгізу туралы ұсыныстар оқу стандартына, оқыту логикасына және ұғымдардың берілу реттілігіне сәйкес келмеуі мүмкін. Бұл өзгерістер оқушылардың базалық геометриялық түсініктерін меңгеруіне, тақырыптар арасындағы әдістемелік үйлесімге және оқу материалдарының бірізділігіне кері әсер ету қаупін тудырады.

Осылайша, бір ұғымды бірнеше түрде атау, әсіресе, оқыту үдерісінде үлкен қолайсыздықтар туғызады. Сондықтан мектепте математиканы оқыта жүріп, осы олқылықты түзету мақсатында трапеция ұғымының пайда болуы мен қалыптасуынан бастап жан-жақты зерттеу жұмыстарын жүргіздік.

Математика тарихы жайлы әдебиеттерде трапеция ұғымының ежелгі мысырлықтар мен вавилондықтардың еңбектерінде кездесетіні айтылады. Онда үшбұрыштармен қатар квадрат, тіктөртбұрыш, тік бұрышты трапеция, теңбүйірлі трапеция сияқты төртбұрыштар да қарастырылады. Тарихшылар бұл еңбектердің жазылу уақытын Орталық патша дәуіріне (б.д.д. 2000 жыл шамасы) жатқызады.

Алғашқы кездері математикалық заңдылықтарды дәлелдеу үрдісінің болмағаны сияқты, ұғымдарға қатаң анықтама тұжырымдауға да жеткілікті көңіл бөлінбеді. Оны математика тарихшысы Г.И. Глейзердің ежелгі грек математигі Евклидтің (б.д.д. 330-275) өзінің «Бастамалар» атты кітабында параллелограмнан басқа кез келген төртбұрышты трапеция деп қарастырды дегенінен көреміз. Трапеция ұғымы алғаш рет қазіргі мағынада тағы бір грек математигі Посидонийдің (б.д.д. 135-51) еңбектерінде қолданылады. Дегенмен, Евклидтің беделіне күмәнсіз сенген дүниежүзі халықтары трапецияны екі мың жыл бойы Евклидше жаңылыс түсініп келді.

Нәтижелер мен талқылау

Енді трапецияның XX ғасырдың басынан бері қарай қолданылып жүрген анықтамаларына талдау жасайық. Ол анықтамаларды мазмұндарына қарай негізінен екі топқа

бөлуге болады. Оның бірінші тобына өткен ғасырдағы Г.И. Глейзер [5], С.А. Гастева [6], Н.А. Глаголевтің, А.Н. Колмогоров, А.Ф. Семенович және Р.С. Черкасовтардың, бүгінгі күні қолданылып жүрген С.А. Козлова [7], А.Г. Рубин, В.А. Гусевтердің, В.А. Смирнов пен Е.А. Тұяқовтың және басқа да көптеген оқулықтардағы «Екі қабырғасы параллель, ал былайғы екі қабырғасы параллель емес төртбұрыш трапеция деп аталады» деген анықтаманы жатқызуға болады. Бұл анықтамамен Н.Н. Никтиннің «Қарама-қарсы екі қабырғасы параллель, ал басқа екеуі параллель емес төртбұрыш трапеция деп аталады» және математикалық энциклопедиядағы «Трапеция – екі қабырғасы параллель, ал басқа екеуі параллель емес дөңес төртбұрыш» [8], А.В. Погореловтың «Трапеция деп тек қарама-қарсы екі қабырғасы параллель болатын төртбұрышты атайды», И. Бекбоев, И.М. Виноградов [9], Л.С. Атанасян [10], А. Абдиев, Ж. Қайдасов және Г. Хабаровалардың «Екі қабырғасы ғана параллель болатын дөңес төртбұрыш трапеция деп аталады» анықтамалары да мазмұндас.

Бұл анықтамаларда трапецияның ең мәнді белгілері толық көрсетілген. Сондықтан олар трапецияны дәл анықтайды. Орыс ғалымы А.Я. Хинчин: «Логикалық анықтама дегеніміз мағынасын бұрмалайтындай етіп бірде-бір сөзді алып тастауға не қосуға болмайтындай формула болып табылады», – дейді. Осы талап тұрғысынан қарасақ, бұл анықтамалардың мазмұндары дұрыс болғанымен, оларда бірнеше «басы артық» сөздердің орынсыз қолданылып жүргенін байқаймыз. Шынында, төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары болмаса, іргелес қабырғаларының параллель болмайтыны белгілі [11]. Олай болса, анықтамада «қарама-қарсы» сөзін қолданудың қандай қажеті бар? Сол сияқты, дөңес емес төртбұрыштарда параллель қабырғалардың болмайтынын да білеміз. Онда, анықтамада «дөңес төртбұрыш» сөзін қолданудың да қажеті жоқ. Осыларды ескеріп, біз отыз жылдай уақыттан бері трапецияны «*Екі қабырғасы ғана параллель төртбұрыш трапеция деп аталады*» түрінде анықтап жүрміз. Трапецияны осылайша анықтағанда, бұрынғы анықтамалардағы «...ал басқа екеуі параллель емес» тіркесін де қолданудың қажеті болмай қалады [12].

Енді трапецияның анықтамаларының екінші тобын қарастырайық. Орыс академигі А.Н. Тихоновтың жазуына қарағанда А.П. Киселевтің «Элементар геометрия» атты алғашқы оқулығы 1893 жылдан бастап шығарылып, ол 1930 жылға дейін қырық шақты рет қайта басылып қолданылады. А. Киселев осы жылдары елдегі барлық алдыңғы қатарлы, тәжірибелі мұғалімдермен тығыз байланыста болып, оқулығында кеткен кемшіліктерді түзетіп, үнемі жетілдіріп отырған. Ең ұзақ уақыт қолданылған осы оқулықта трапеция ұғымы: «Қарама-қарсы екі қабырғасы параллель төртбұрыш трапеция деп аталады» деп анықталды.

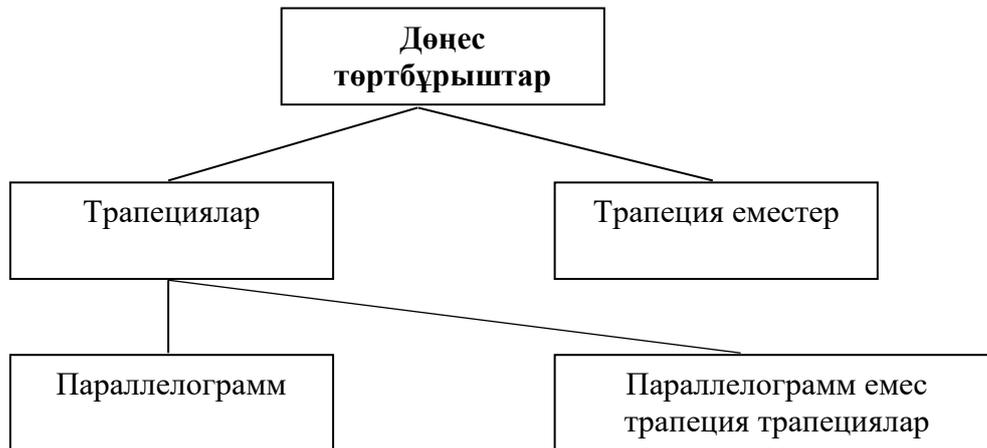
Орыс ғалымы Н.М. Бескиннің 1947 жылы шыққан «Геометрия әдістемесі» атты кітабында трапецияны екі қабырғасы параллель төртбұрыш деп анықтайды. АҚШ мектептеріне оқулық жазған ғалымдар Э.Э. Моиз бен Ф.Л. Даунс та трапецияны: «Екі параллель қабырғасы бар төртбұрыш трапеция деп аталады» түрінде анықтайды [13]. Олар осы тұжырымын: «Бұл анықтама төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғаларының екі парының да параллель болу мүмкіндігін жоққа шығара алмайды. Олай болғанда, біз параллелограмға ие боламыз» деп жалғастырады. Ал Стетсон университетінің доценті Дениз Сечей: «Трапеция – екі қарама-қарсы қабырғасы параллель төртбұрыш», – дейді [14].

Белгілі қазақстандық ғалым, профессор Ә.Н. Шыныбеков өз еңбегінде көрнекті шетелдік зерттеушілердің көзқарастарын басшылыққа ала отырып, олардың ғылыми пайымдарын ақиқат ретінде қабылдағандай әсер қалдырады [15]. Мысалы, ғалымның 8-сыныпқа арналған геометрия оқулығында берілген «Трапеция және оның қасиеттері» тақырыбы «Қарама-қарсы екі қабырғасы параллель болатын төртбұрыш трапеция деп аталады» деген анықтамамен басталады. Алайда, сол тақырыптың соңында автор бұл анықтамаға қатысты қосымша түсініктеме беріп, келесідей ескерту жасайды: «Жоғарыда жазылған анықтама бойынша параллелограмм, тік төртбұрыш, ромб және квадрат трапецияның дербес түрлері болатынын көреміз. Әдетте, трапеция деп екі қабырғасы параллель, ал қалған екі қабырғасы параллель емес төртбұрыштарды есептейді. Ал трапецияның дербес түрлерін өз атауларымен атайды».

Бұл жерде автор трапеция ұғымына кең мағына беріп, оны барлық параллель қабырғалары бар төртбұрыштарды қамтитын жалпы түсінік ретінде қарастырады. Дегенмен, кейінгі түсіндірмесінде ол трапецияны дәстүрлі тар мағынада, яғни екі қабырғасы параллель, ал қалған екі қабырғасы параллель емес фигура ретінде шектейді. Мұндай екіұдай анықтама ғылыми және әдістемелік тұрғыдан бірізділіктің сақталмағанын көрсетеді. Бұл жағдай геометриялық ұғымдарды оқушылардың санасында жүйелі қалыптастыруға кедергі келтіреді және оқулық мазмұнының теориялық нақтылығын әлсіретеді.

Оқыту теориясында ұғымның анықтамасы деп ұғымның қажетті және жеткілікті белгі-шарттарын көрсететін сөздік немесе символдық сөйлемді айтады. Осы талап тұрғысынан келгенде, әлемнің беделді ғалымдарының жоғарыда мысалға келтірілген анықтамаларының ешқайсысы трапецияны анықтай алмайтынын айтуға болады. Өйткені, олардың бірде-бірінде трапецияның ең мәнді белгілері жеткілікті көрсетілмеген. Яғни, ол анықтамаларда төртбұрыштың екі қабырғасының параллельдігі ғана айтылып, былайғы екі қабырғасының өзара қалай орналасқаны сөз болмайды. Олай болса, осы фактілерді негізге ала отырып, дүниежүзінің көрнекті ғалымдарының көпшілігі бүгінгі күні де ұғымның анықтамасын тұжырымдауға жеткілікті көңіл бөлмей жүр деуімізге болады.

Барлық уақытта ұғымдар түлерге сол ұғымның анықтамасы негізінде жіктеледі. Н. Бескин дөңес төртбұрыштарды түрлерге былай жіктеді (1-сурет):

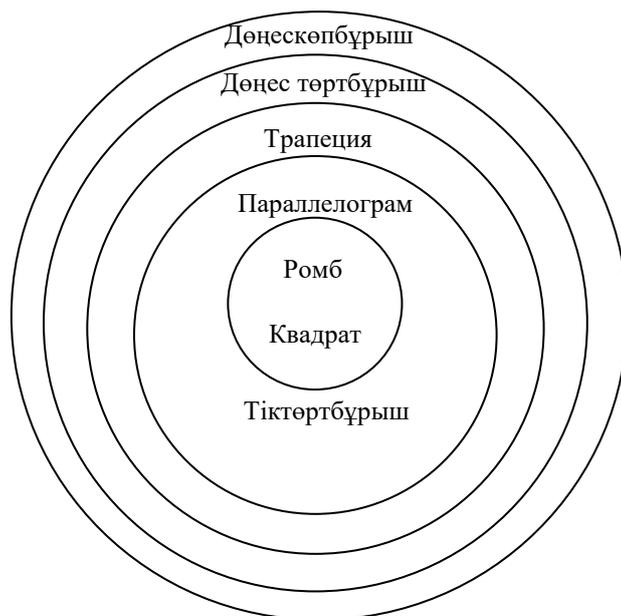


Сурет 1 – Н. Бескиннің дөңес төртбұрыштарды түрлерге жіктеуі

1-суреттен трапецияны екі қабырғасы параллель төртбұрыш деп анықтаған Н. Бескиннің трапецияны параллелограмм мен параллелограмм емес трапецияға бөлгенін көріп отырмыз. Бұл өте өрескел қателік. Ал трапецияның дербес түрі деп отырған параллелограмның екі қабырғасы емес, қарама-қарсы қабырғалары қос-қостан параллель болып келеді. Әрбір ұғымға анықтама беріледі. Бұл жерде Н. Бескиннің параллелограмм емес трапецияға қандай анықтама бергені белгісіз.

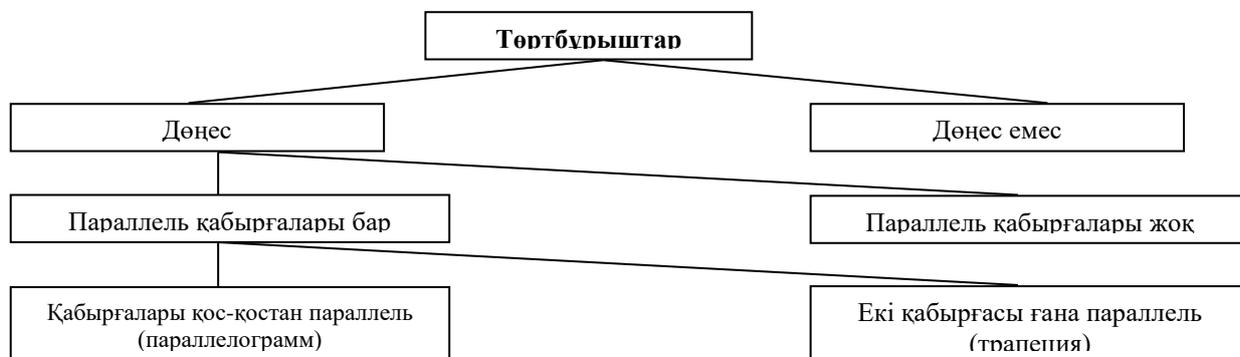
Трапецияны өзінше: «Екі қарама-қарсы қабырғасы параллель төртбұрыш трапеция деп аталады» деп анықтаған орыс ғалымы М.Я. Выгодский «Элементар математика анықтамалығы» атты кітабында: «Параллелограмды трапецияның дербес түрі деп есептеуге болады», – дейді [16]. Бұл да Н. Бескиннің қатесінің ешбір негізсіз қайталануы.

Осы сияқты, трапецияның анықтамасына жеткілікті көңіл бөлмеген Ю.М. Колягин, В.А. Оганесян, В.Я. Саннинский және Г.Л. Луканкин сияқты ғалымдар «Орта мектепте математиканы оқытудың әдістемесі» атты оқу құралында параллелограмдарды төмендегіше трапецияның ішкі жиыны деп көрсетті (2-сурет):



Сурет 2 – Параллелограмдардың трапецияның ішкі жиыны деп жаңылыс көрсетілуі

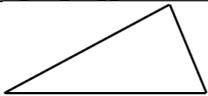
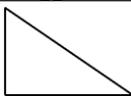
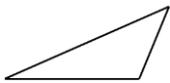
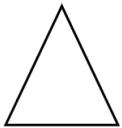
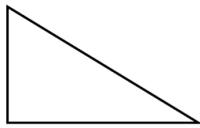
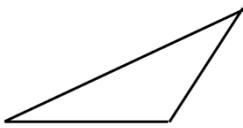
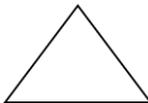
Ақиқатын айтсақ, әлемнің көрнекті ғалымдарының бұл тұжырымдарының ешқайсысы шындыққа жанаспайды. Өйткені, олардың барлығы параллелограмды трапецияның дербес түрі деп қарастырып отыр. Ал параллелограмм мен трапеция бір-біріне тек те, түр де бола алмайтын фигуралар. Олардың екеуінің тегі бір, ол – параллель қабырғалары бар төртбұрыштар. Оған төртбұрыштардың мына дихотомиялық (грекше *dicha* және *tome* – екіге бөлу мағынасында) жіктеуінен көз жеткізуге болады (3-сурет):



Сурет 3 – Төртбұрыштардың дихотомиялық жіктелуі

Трапецияға нақты анықтама бере алмаған Евклидтің параллелограмнан өзгеше барлық төртбұрыштарды трапеция ретінде қарастырғанын жоғарыда атап өткен едік. Алайда қазіргі таңда көптеген ғалымдар параллелограмдарды трапецияның дербес түрлері ретінде қарастырады. Мұндай көзқарас тарихи дәстүрге сүйенгенімен, ғылыми тұрғыдан дәлелденген бірізділікке сай емес және оқушылар мен жалпы халықтың геометриялық ұғымдарын шатастыру қаупін тудырады. Осы себепті трапецияны қарама-қарсы екі қабырғасы параллель, ал қалған екі қабырғасы параллель емес төртбұрыш ретінде шектеу дәстүрлі әрі әдістемелік тұрғыдан дұрыс болып есептеледі.

Трапецияның түрлерін толық анықтау үшін біз трапецияның «қиық үшбұрыш» екенін, яғни үшбұрыштың бір қабырғасына параллель түзу жүргізгенде трапеция пайда болатынын пайдаландық. Ал үшбұрыштардың қанша түрі болатыны ғылымға бұрыннан белгілі. Олар мына кестеде толық көрсетілген (4-сурет):

Қабырғалары бойынша	Бұрыштары бойынша		
	Сүйірбұрышты	Тікбұрышты	Доғалбұрышты
Әртүрлі қабырғалы			
Теңбүйірлі			
Теңқабырғалы			

Сурет 4 – Үшбұрыштардың түрлерге жіктелуі

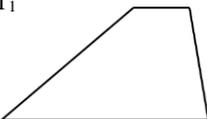
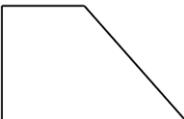
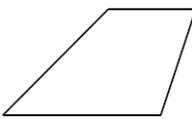
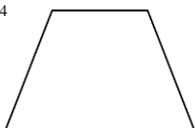
Осындағы «сүйірбұрышты үшбұрыштарды» кез келген қабырғасына, «тікбұрышты үшбұрыштарды» гипотенузасына, ал «доғалбұрышты үшбұрыштарды» ең үлкен қабырғасына параллель түзумен қиғанда «үлкен табанындағы бұрыштары сүйір болатын трапециялар» пайда болады. Олар 5-суреттегі кестеде T_1 және T_4 деп белгіленген. Осындағы T_1 трапециясы – төрт мың жылдан бері атау табылмай жүрген трапеция. Біз оны, мәнді белгісіне қарай отырып «сүйірбұрышты трапеция» деп атадық. Сөйтіп оған: «*Үлкен табанындағы бұрыштары сүйір болып келген трапеция сүйірбұрышты трапеция деп аталады*» деген анықтама тұжырымдағанбыз.

«Тік бұрышты үшбұрыштарды» катеттерінің біріне параллель түзумен қиғанда «үлкен табанындағы бір бұрышы тік болатын трапециялар» (T_2) пайда болады. Оған жаңаша: «*Үлкен табанындағы бұрыштарының бірі тік болатын трапеция тікбұрышты трапеция деп аталады*», – деген анықтама тұжырымдадық.

«Доғал бұрышты үшбұрыштарды» доғал бұрыш жасап тұрған қабырғаларының біріне параллель түзумен қиғанда «үлкен табанындағы бір бұрышы доғал болатын трапециялар» (T_3) шығады. Оған: «*Үлкен табанындағы бір бұрышы доғал болатын трапеция доғалбұрышты трапеция деп аталады*» деген анықтама тұжырымдадық. Бұл анықтамалардың барлығында трапецияның мәнді белгісі ретінде оның үлкен табанындағы бұрыштарының түрлері алынып отыр. Ал теңбүйірлі трапецияны бұрынғыша анықтай берген ыңғайлы.

Осындағы «сүйірбұрышты трапеция» және «доғалбұрышты трапеция» ұғымдарының бұрын-соңды геометрия ғылымында қолданылмағанын ерекше ескертуге болады.

Бұл жаңашылдық жұмыстардың барлығы 1993 жылы орындалды. Содан бері оқушыларға трапецияның болмыста бар төрт түрін былайша жіктеп көрсетіп жүрміз (5-сурет):

Қабырғалары бойынша	Бұрыштары бойынша		
	Сүйір бұрышты	Тік бұрышты	Доғал бұрышты
Әртүрлі қабырғалы	T_1 	T_2 	T_3 
Теңбүйірлі	T_4 		

Сурет 5 – Трапециялардың түрлерге жіктелуі

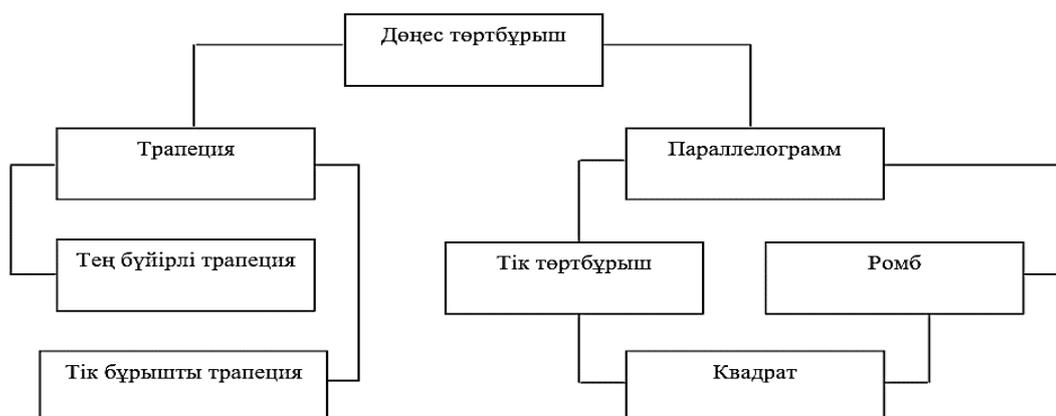
Трапецияның барлық түрлерін оқушылар олардың пішіндеріне қарап тани алатын болған соң, трапецияның түрлерге жіктелуін мына түрде кескіндеген ыңғайлы болады (6-сурет):



Сурет 6 – Трапециялардың түрлерге жіктелуі

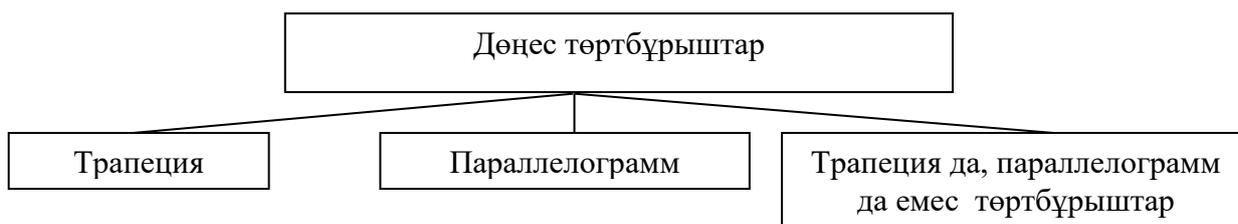
Оқытудың ең негізгі – ғылымилық принципінде оқулықтың мазмұны ғылымның соңғы деңгейіне сай жазылуы тиіс деген талап бар. Ал жаңартылған бағдарламамен жазылып, қазіргі күні қолданылып жүрген Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбеков және Р.Н. Жұмабаевтардың («Атамұра»), В.А. Смирнов пен Е.А. Тұяқовтың («Мектеп»), Г.Н. Солтан, А.Е. Солтан және А.Ж. Жумадиловалардың («Келешек-2030») оқулықтарының ешқайсысында оқытудың ғылымилық принципі сақталмай келеді. Яғни, ғылымға белгілі болғанына отыз жылдан асқан трапецияның төрт түрі осы кезге дейін бірде-бір оқулықта толық көрсетілмей келеді.

Қарастырып отырған ұғым туралы оқушылардың танымы толық қалыптасуы үшін ол ұғымның көлемін міндетті түрде түрлерге жіктеп көрсетіп отыру қажет. Геометрия оқулықтарының барлығында дерлік осы талап та орындалмай келеді. Ілуде біреуі ондай жіктеуді жасағанымен, оны түбірімен қате орындап жүр. Оған, Ж. Юсупов пен С. Зәуірбеков [17] сияқты ғалымдардың оқулықтарындағы мына жіктеу дәлел бола алады (7-сурет):



Сурет 7 – Дөңес төртбұрыштардың түрлерге жаңылыс жіктелуі

Ғалымдардың бұл жіктеулерінде өрескел екі қате орын алған. Оның біріншісі – дөңес төртбұрыштарды Евклидтің заманындағыдай трапеция мен параллелограмнан тұрады деп көрсетуі. Яғни, олар өткен ғасырдағы А. Киселев пен Н. Глаголевтің мына жіктеуін көрсетпеген (8-сурет):



Сурет 8 – Дөңес төртбұрыштардың түрлерге жіктелуі

Қазіргі қолданыстағы кейбір геометрия оқулықтарында трапецияның тек екі түрінің ғана көрсетілуі – елеулі ғылыми және әдістемелік қателік болып табылады. Шын мәнінде, трапецияның төрт түрі бар екені осыдан отыз жылдан астам уақыт бұрын ауылдық қазақ мектебінің оқу тәжірибесінде дәлелденіп, нақты жіктелген. Алайда соған қарамастан, оқулық авторлары төрт мың жыл бұрынғы ежелгі мысырлықтардың ескі түсініктеріне сүйеніп, заманауи талдау мен ғылыми ізденіссіз сол көзқарастарды қайталап келеді. Бұл – оқу әдебиеттеріндегі ғылыми талдаудың жеткіліксіздігін және дереккөздерді сын тұрғысынан пайдаланбаудың айқын көрінісі.

Соның салдарынан қазіргі мектеп геометриясы оқулықтарында трапецияның тек бұрынғы екі түріне ғана анықтама беріліп жүр. Оның өзінде де «Трапецияның бір бұрышы тік болса, ол тікбұрышты трапеция деп аталады» деген анықтама логикалық тұрғыдан дұрыс емес, себебі трапецияда бір ғана тік бұрыш емес, екі тік бұрыш болуы қажет. Мұндай анықтамалар оқушылардың геометриялық ұғымдарды терең түсінуіне кедергі келтіріп, пәннің ғылыми нақтылығына нұқсан келтіреді.

Қорытынды

Қорытындылай келе, жүргізілген зерттеу нәтижесінде трапецияның бірнеше түрі бар екендігі нақты анықталды. Бұған қоса, осы уақытқа дейін жарық көрген геометрия оқулықтарына талдау жасай отырып, қазіргі таңда мектептерде қолданылып жүрген оқулықтарда трапецияның барлық түрлері толық әрі нақты сипатталмағаны белгілі болды.

Зерттеу барысында біз трапецияны жаңа тұрғыда жіктеп, геометриялық ұғымдар жүйесіне сүйір бұрышты трапеция және доғал бұрышты трапеция деген жаңа терминдерді енгізуді ұсындық. Бұл ұғымдар оқушылардың трапеция туралы түсінігін кеңейтіп, оның қасиеттерін тереңірек меңгеруге мүмкіндік береді.

Болашақта геометрия оқулықтарын әзірлеу кезінде осы ғылыми негізделген жіктеулерге ерекше мән беру қажет деп есептейміз. Себебі мұндай толыққанды әрі дәл ұғымдар жүйесі математикалық білім сапасын арттырып, болашақта математика саласын таңдаған оқушылардың геометриялық түсініктерін дұрыс қалыптастыруға ықпал етеді. Біз бұл бағыттағы жанашыл көзқарастар еліміздің математикалық білім беру жүйесінің дамуына оң әсерін тигізетініне сенеміз.

Зерттеу орта мектептерде осыған дейінгі көршілес мемлекеттерде және алыс шетелдерде қолданылған геометрия оқулықтарына, математикалық анықтамалықтар мен энциклопедияларға талдау жасаудан тұрады. Мақалада соңғы кезде жазылған әдебиеттер де қолданылды. Ғалымдар мен тәжірибелі мұғалімдердің трапецияны оқыту туралы іс-тәжірибелері пайдаланылды.

Зерттеудің нәтижесінде трапецияның төрт түрі бары анықталды. Жалпы трапеция ұғымынан бастап, оның барлық түріне қатаң логикалық анықтамалар тұжырымдалды. Трапецияның бірнеше жаңа қасиеттері анықталып, трапецияның ауданын табатын жаңа формулалар қорытылып шығарылды.

Зерттеу жұмысы 2009 жылы М. Әуезов атындағы университеттің «Математиканы оқытудың теориясы мен әдістемесі» кафедрасына қарасты «Математиканы оқытудың өзекті мәселелері» ғылыми семинарында талқыланды. Қ. Ізгілеуұлы оны республикалық және халықаралық ғылыми-практикалық конференцияларда баяндады. Зерттеу нәтижесімен танысқан ғалымдардың барлығы анықталған жаңалықтарды мектеп оқулықтарынан бастап, математикалық анықтамалықтар мен энциклопедияларға енгізу туралы ұсыныстар жасады.

Жүргізілген талдау нәтижесінде геометрия оқулықтарындағы анықтамаларды өзгерту немесе толықтыру мәселесі тек ғылыми дәлдік тұрғысынан ғана емес, сонымен бірге оқу бағдарламасының логикасы мен оқушылардың танымдық даму деңгейіне сәйкестігі тұрғысынан бағалануы қажет екені анықталды. Үшбұрыш анықтамасына «сынық» ұғымын ерте енгізу немесе трапецияның жаңа түрлерін қосу оқыту үдерісін күрделендіріп, негізгі ұғымдарды меңгеруге кедергі келтіруі мүмкін. Сондықтан кез келген өзгеріс педагогикалық қажеттілікке, дидактикалық тиімділікке және оқу мазмұнының бірізділігіне сүйеніп қабылдануы тиіс.

ӘДЕБИЕТТЕР:

- 1 Martinovic D., Manizade A.G. Teachers using GeoGebra to visualize and verify conjectures about trapezoids //Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education. – 2020. – V. 20. – №. 3. – Pp. 485–503. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42330-020-00103-9>
- 2 Mello E.M. The differences between the definitions of trapezoid in mathematics textbooks in Brazil //Seven Editora. – 2023. DOI: <https://doi.org/10.56238/Connexpemultidisdevolpft-108>
- 3 Thanh H.M. et al. GeoGebra-supported Learning Kit for Teaching Area of Trapezoid Based on TPMK Framework //Unnes Journal of Mathematics Education. – 2024. – Т. 13. – №. 2. – Pp. 162–170. DOI: <https://doi.org/10.15294/zcd07t20>
- 4 Далингер В.А. Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии: Учебное пособие. - Омск: Изд-во ОГПИ, 1992. – С. 96.
- 5 Глейзер Г.И. История математики в школе VII-VIII кл. Пособие для учителей. – М.; Просвещение. – 1982. – С. 240.
- 6 Гастева С.А. и др. Методика преподавания математики. Пособие для учителей и студентов педагогических институтов. / Под общ. ред. С.Е. Ляпина. Ленинград: Учпедгиз. - 1955. – С. 428.
- 7 Козлова С.А. и др. Геометрия. 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / С.А. Козлова, А.Г. Рубин, В.А. Гусев. – М.: Баласс. – 2013. – С. 320.
- 8 Никитин Н.Н. Геометрия: Учебник для 6-8 классов. Издание девятое. – Москва: Гос. уч.-пед. издат. мин. прос. РСФСР. – 1964. – С. 216.
- 9 Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия 7-9-е классы: 14-е изд., перераб. – Москва: Просвещение. – 2023. – С. 416.
- 10 Математическая энциклопедия: Гл. ред. И.М. Виноградов, т.5. Слу-я. – М., «Советская энциклопедия». – 1984. – С. 1248.
- 11 Ізтілеуұлы Қ. Трапеция және оның түрлері // «Информатика-физика-математика» республикалық ғылыми-әдістемелік журналы. Алматы. – 1997. – № 3. – Б. 25–26.
- 12 Ізтілеуұлы Қ. Геометриялық ұғымдарды неге өз мағынасында оқытпаймыз? // «Мектептегі математика» республикалық ғылыми-әдістемелік, танымдық журнал. Шымкент. – 2022. – №1. – Б. 6–12.
- 13 Моиз Э.Э. и Даунс Ф.Л. Геометрия. Перевод с англ. И.А. Вайнштейна. Под ред. И.М. Яглома. – М., «Просвещение». – 1972. – С.622.
- 14 Сечей Д. Геометрия / Дениз Сечей; пер. с англ.А.Н. Степановой. – М.: АСТ: Астрель. – 2006. – XVIII. – С. 362.
- 15 Шыныбеков Ә.Н. Геометрия: Жалпыбілім беретін мектептің 8-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: Атамұра. – 2004. – Б. 128.
- 16 Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. Издание двадцать шестое. – Москва: «Наука». – 1982. – С. 336.
- 17 Юсупов Ж., Зәуірбеков С. Геометрия: Жалпыбілім беретін орта мектептің 8-сыныбына арналған оқулық. – Алматы: «Мектеп». – 2004. – Б. 88.

REFERENCES:

- 1 Martinovic D., Manizade A.G. (2020). Teachers using GeoGebra to visualize and verify conjectures about trapezoids. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, vol. 20(3), pp. 485–503. DOI: <https://doi.org/10.1007/s42330-020-00103-9>
- 2 Mello E.M. (2023). The differences between the definitions of trapezoid in mathematics textbooks in Brazil. Seven Editora. DOI: <https://doi.org/10.56238/Connexpemultidisdevolpft-108>
- 3 Thanh H.M., et al. (2024). GeoGebra-supported Learning Kit for Teaching Area of Trapezoid Based on TPMK Framework. Unnes Journal of Mathematics Education, vol. 13(2), pp. 162–170. DOI: <https://doi.org/10.15294/zcd07t20>
- 4 Dalinger V.A. (1992). Metodika formirovania prostranstvennyh predstavleni u uchašihsä pri obuchenii geometrii: Uchebnoe posobie [Methodology of forming spatial representations among students in teaching geometry: textbook]. Omsk: Izd-vo OGPI, 96 p. (in Russian)
- 5 Gasteva S.A. i dr. (1982). İstoria matematiki v škole VII-VIII kl. Posobie dlä uchitelei [History of mathematics in schools VII–VIII grades: handbook for teachers]. Moskva: Prosveshhenie, 240 p. (in Russian)
- 6 Gasteva S.A., et al. (1955). Metodika prepodavania matematiki. Posobie dlä uchitelei i studentov pedagogicheskikh institutov [Methods of teaching mathematics: Handbook for teachers and students of pedagogical institutes]. Pod obshh. red. S.E. Lyapina. Leningrad: Uchpedgiz, 428 p. (in Russian)
- 7 Kozlova S.A. i dr. (2013). Geometriia. 7-9 kl.: ucheb. dlä obšeobrazovat. uchrejdeni [Geometry. Grades 7–9: textbook for general education institutions]. С.А. Kozlova, А.Г. Rubin, V.А. Gusev. – М.: Balass, 320 p. (in Russian)
- 8 Nikitin N.N. (1964). Geometriia: Uchebnik dlä 6-8 klasov. İzdanie devätöe [Geometry: Textbook for grades 6–8, 9th edition]. Moskva: Gos. uch.-ped. izdat. min. pros. RSFSR, 216 p. (in Russian)
- 9 Atanasän L.S., Butuzov V.F., Kadomsev S.B. i dr. (2023). Geometriia 7-9-e klasy: 14-e izd., pererab. [Geometry Grades 7–9: 14th ed., revised]. Moskva: Prosveshhenie, 416 p. (in Russian)
- 10 Vinogradov I.M. (1984). Matematicheskaia ensiklopedia [Mathematical Encyclopedia]. Moskva: Sovetskaya entsiklopediya, 1248 p. (in Russian)
- 11 Ізтілеуұлы Қ. (1997). Трапесия және оның түрлері [Trapezoid and its types]. Almaty: Informatika-fizika-matematika respublikalyk gylymi-ädistemelik zhurnaly, no. 3, pp. 25–26. (in Kazakh)

- 12 Iztileuily Q. (2022). Geometrialyq ügymdardy nege öz mağynasynda oqytpaimyz? [Why don't we teach geometric concepts in their own sense?]. Shymkent: Mekteptegi matematika respublikalyk gylymi-adistemelik, tanymdyk zhurnal, vol. 1, pp. 6–12. (in Kazakh)
- 13 Moiz E.E. i Dauns F.L. Geometria. Perevod s angl. I.A. Vainšteina. Pod red. I.M. İaglom (1972). [Geometry: Translated from English by I.A. Weinstein, edited by I.M. Yaglom]. Moskva: Prosveshhenie, 622 p. (in Russian)
- 14 Sechei D. (2006). Geometria / Deniz Sechey; per. s angl. A.N. Stepanovoy [Geometry / Deniz Sechey; translated from English by A.N. Stepanova]. Moskva: AST: Astrel, XVIII, 362 p. (in Russian)
- 15 Şynybekov Ä.N. (2004). Geometria: Jalpybilimberetinmekteptiñ 8-synybyna arnalğanoqulyq [Geometry: Textbook for 8th grade of general school]. Almaty: Atamura, 128 p. (in Kazakh)
- 16 Vygodski M.İa. (1982). Spravochnik po elementarnoi matematike. İzdanie dvadsät šestoe [Handbook of Elementary Mathematics, 26th edition]. Moskva: Nauka, 336 p. (in Russian)
- 17 İusupov J., Zäurbekov S. Geometria (2004). Jalpybilimberetin orta mekteptiñ 8-synybyna arnalğanoqulyq [Geometry: Textbook for 8th grade of general secondary school]. Almaty: Mektep, 88 p. (in Kazakh)

НОВЫЕ ПОДХОДЫ К ОБУЧЕНИЮ ТРАПЕЦИИ В ШКОЛЕ

Абжапбаров А.А.¹, Изтилеулы К.², Бакберген А.^{1,*}, Алтынбеков Ш.Е.¹

¹Южно-Казахстанский университет имени М. Ауэзова, Республика Казахстан, г. Шымкент

²Редакция республиканского журнала «Математика в школе»,
Республика Казахстан, г. Шымкент

* e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, azeke_55@mail.ru, myrza50@mail.ru

Аннотация. В статье анализируются теоретические и методические проблемы, возникающие при изучении понятия трапеции в школьном курсе геометрии. В результате сравнительного рассмотрения школьных учебников по геометрии выявлены содержательные расхождения и отсутствие единообразия в представлении материала, связанного с трапецией. В частности, отсутствие чёткого названия одного из видов трапеции и использование разных терминов в различных учебниках является серьёзным недостатком, вызывающим непонимание в учебном процессе. Также показано, что несоответствие определений понятия «трапеция» и их различная содержательная формулировка создают препятствия для глубокого освоения предмета.

С научной точки зрения содержание, название и классификация любого геометрического понятия должны быть полностью и точно определены. В связи с этим целью исследования является присвоение научно обоснованного названия виду трапеции, который в учебниках оставался безымянным, а также раскрытие его геометрической природы. Рассмотрев трапецию как «усечённый треугольник», были определены новые виды трапеций, возникающие в результате рассечения треугольника прямой, параллельной одной из его сторон. В итоге ранее безымянная трапеция была названа «остроугольной трапецией», а также введено в научный оборот понятие «тупоугольная трапеция».

Практическая значимость исследования состоит в том, что на основе новых определений и классификаций были выявлены новые свойства трапеции и выведены новые формулы для вычисления её площади. Полученные результаты способствуют развитию геометрической науки и позволяют совершенствовать методическую систему преподавания трапеции в школе. Творчески работающие учителя математики эффективно применяют данные нововведения в учебной практике на протяжении последних двадцати пяти лет.

Ключевые слова: понятие трапеции, значимые признаки, определения, объем трапеции, разрезной треугольник, классификация трапеций по видам.

NEW APPROACHES TO LEARNING THE TRAPEZE AT SCHOOL

A. Abzhapbarov¹, K. Iztileu², A. Bakbergen^{1,*}, Sh. Altynbekov¹

¹M. Auezov South Kazakhstan University, Republic of Kazakhstan, Shymkent

²Editorial Office of the Republican Journal «Mathematics of school»,
Republic of Kazakhstan, Shymkent

* e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, azeke_55@mail.ru, myrza50@mail.ru

Abstract. The article analyzes theoretical and methodological issues that arise when teaching the concept of a trapezoid in the school geometry course. A comparative review of school geometry textbooks revealed content discrepancies and a lack of consistency in the presentation of material related to trapezoids. In particular, the absence of a precise name for

one type of trapezoid and the use of different terms across various textbooks is identified as a significant shortcoming that leads to misunderstanding in the learning process. It is also shown that inconsistencies in the definitions of the trapezoid concept and the differences in how these definitions are formulated hinder deep comprehension of the subject.

From a scientific standpoint, the content, terminology, and classification of any geometric concept must be clearly and accurately defined. Therefore, the aim of the study is to assign a proper scientific name to a type of trapezoid that has remained unnamed in textbooks and to clarify its geometric nature. By considering the trapezoid as a “cut triangle,” new types of trapezoids were identified, arising from cutting a triangle with a line parallel to one of its sides. As a result, the previously unnamed trapezoid type was defined as an “acute-angled trapezoid,” and the concept of an “obtuse-angled trapezoid” was introduced into scientific usage.

The practical significance of the study lies in the discovery of several new properties of trapezoids and the derivation of new formulas for calculating their area based on the new definitions and classifications. These results contribute to the development of geometric science and provide opportunities for improving the methodological system of teaching trapezoids in schools. For the past twenty-five years, innovative mathematics teachers have been successfully applying these findings in educational practice.

Keywords: the concept of a trapezoid, significant features, definitions, volume of a trapezoid, split triangle, classification of trapezoids by type.

Авторлар туралы мәліметтер:

Абжапбаров Азимхан Абжапбарович – физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент, М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті (Қазақстан, Шымкент қ., e-mail: azeke_55@mail.ru, ORCID: 0000-0002-3047-2223).

Ізтілеуұлы Қалмырза – «Мектептегі математика» Республикалық журнал редакторы (Қазақстан, Шымкент қ., e-mail: myrza50@mail.ru, ORCID: 0009-0005-1992-841X).

Бакберген Аружан* – магистр, М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті (Қазақстан, Шымкент қ., e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, ORCID: 0009-0004-3419-9844).

Алтынбеков Шадияр Еркинович – PhD, М. Әуезов атындағы Оңтүстік Қазақстан университеті (Қазақстан, Шымкент қ., altynbekov_shadiar@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5531-8652).

Сведения об авторах:

Абжапбаров Азимхан Абжапбарович – кандидат физико-математических наук, доцент, Южно-Казахстанский университет имени М. Ауезова (Казахстан, г. Шымкент, e-mail: azeke_55@mail.ru, ORCID: 0000-0002-3047-2223).

Изтилеу Калмырза – редактор Республиканского журнала «Математика в школе» (Казахстан, г. Шымкент, e-mail: myrza50@mail.ru, ORCID: 0009-0005-1992-841X).

Бакберген Аружан* – магистр, Южно-Казахстанский университет имени М. Ауезова (Казахстан, г. Шымкент, e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, ORCID: 0009-0004-3419-9844).

Алтынбеков Шадияр Еркинович – PhD, Южно-Казахстанский университет имени М. Ауезова (Казахстан, г. Шымкент, e-mail: altynbekov_shadiar@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5531-8652).

Information about authors:

Abzhapbarov Azimkhan – Candidate of Physico-Mathematical Sciences, Associate Professor, M. Auevov South Kazakhstan University (Kazakhstan, Shymkent, e-mail: azeke_55@mail.ru, ORCID: 0000-0002-3047-2223).

Iztileu Kalmyrza – editor of the Republican Journal «Mathematics of school» (Kazakhstan, Shymkent, e-mail: myrza50@mail.ru, ORCID: 0009-0005-1992-841X).

Bakbergen Aruzhan* – Master, M. Auevov South Kazakhstan University (Kazakhstan, Shymkent, e-mail: arujan.bakbergen.02@bk.ru, ORCID: 0009-0004-3419-9844).

Altynbekov Shadiyar – PhD, M. Auevov South Kazakhstan University (Kazakhstan, Shymkent, e-mail: altynbekov_shadiar@mail.ru, ORCID: 0000-0002-5531-8652).