

ЫҚТИМАЛДЫҚТАР ТЕОРИЯСЫ МЕН МАТЕМАТИКАЛЫҚ СТАТИСТИКАНЫ ОРТА МЕКТЕПТЕ ОҚЫТУ МӘСЕЛЕЛЕРІ

Жубанышева А.Ж.¹ , Таугынбаева Г.Е.^{2,*} 

Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Қазақстан Республикасы, Астана қ.

*e-mail: zhubanysheva_azh@enu.kz, taugynbayeva_gye@enu.kz

Аңдатпа. Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика – Математика ғылымының ерекше саласы. Ықтималдықтар теориясы ХХ ғасырдың басында аксиомаландыру арқылы математиканың толыққанды бөлігіне айналумен қатар математикалық статистиканың негізі болып табылады. Бұл салалардың даму салдарынан тәуекелдер теориясы, актуарлық математика, стохастикалық анализ, биостатистика тәрізді жаңа ғылым бағыттары мен соның негізінде жаңа мамандықтар легі пайда болуда. Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканың осындай маңыздылықтары ескеріле отырып, қазіргі таңда мектеп математика курсына да енгізілген. Сол себепті ықтималдықтар теориясын және оның үзіліссіз жалғасы болып табылатын математикалық статистиканы жан-жақты теориялық және практикалық тұрғыдан оқыту өзекті болып табылады.

Басты, бірақ көпшілік жағдайда оқу барысында назар аударылмайтын, сондықтан да дайын формулаға қойып, есеп шығарумен шектелетін негізгі ұғымдарды беру әдістемесі зерттеуді қажет ететін өзекті мәселелердің бірі. Сонымен қатар, ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтері мектеп бағдарламасына соңғы жылдары енгізілгендіктен оларды қай сыныпта, қандай көлемде беру қажеттігін анықтау пәнді оқыту әдістемесінің маңызды құрамдас бөлігі болып табылады. Мақаланың мақсаты ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканың негізгі ұғымдарының дұрыс математикалық анықтамаларын және оларды беру әдістемесін алғашқы ұғымдар мысалында ұсыну және сол тақырыптар мысалында білім алушылардың жас ерекшеліктерін анықтау болып табылады.

Осыған орай, мақалада ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика элементтерін мектеп математикасында беру әдістемесінің назар аударуды қажет ететін тұстары, атап айтқанда, тәжірибе, тәжірибенің орындалуы және тәжірибе нәтижелері ұғымдарын ажырата білу, оқиға, оқиға орындалуы, басты жиынтық сияқты негізгі ұғымдары зерттелінген және оларды беру әдістемесі ұсынылған. Аталған және басқа да ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика тақырыптарын мектеп математикасында қай сыныпта енгізуді анықтауға мүмкіндік беретін эмпирикалық тәжірибе негізінде бірқатар ұғымдар үшін жас ерекшеліктер анықталған қорытындылар жасалды. Бұл ұсынылған зерттеу нәтижелері мектеп бағдарламалары мен оған сәйкес келетін оқулықтарды құруда негіз бола алады.

Кілт сөздер: Ықтималдықтар теориясы, математикалық статистика, мектеп математикасы, білім бағдарламасы, ықтималдықтар теориясын беру әдістемесі, мектеп оқулықтары, білім алушылардың жас ерекшеліктері.

Кіріспе

Мектеп математикасының кейінгі жаңартылған бағдарламаларында Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтері кеңінен енгізілген. Статистикалық регулярылық жағдайында мүмкіндіктерді бағалау, дұрыс болжам жасап, жағдайдың қалай өрбитіндігін алдын ала жобалау сияқты дағдыларды қалыптастыруға мүмкіндік беретін математика саласын енгізу Әлемдік тәжірибеден алынған дұрыс қадам. Осыған орай, Ықтималдықтар теориясы мен статистиканы мектеп қабырғасында оқыту бірнеше жылдар бұрын бастау алғанымен әлі де зерттелуді қажет ететін өзекті тақырыптардың бірі [1, 2].

Қазақстан Республикасы Білім және ғылым министрлігі 2017–2020 жылдар аралығында орта мектептерге арналған оқулықтардың, оның ішінде, математика пәніне арналған оқулықтардың жаңа топтамаларын [3] енгізді. Сол өзгерістердің бірі – жалпы білім беретін мектептердің математика курсына ықтималдықтар теориясы мен статистика элементтерін енгізу.

Мақала мақсаты

- ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистиканың орта мектеп бағдарламасындағы көлемі мен мазмұнына шолу жасау,

- оларды түсінуге мүмкіндік беретін, элементар оқиғалар жиыны ақырлы болған жағдайда пәннің толық құрылымын сипаттайтын алғашқы ұғымдарын оқытудың әдістемелік нұсқаулықтарын ұсыну,

- негізгі ұғымдарды қай сыныпта беру қажеттігін анықтауға мүмкіндік беретін эксперимент жүргізу және тәжірибе, тәжірибені жүзеге асыру, тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері – элементар оқиға, оқиға ұғымдары мысалында оқушылардың жас ерекшеліктерін анықтау.

Осыған сәйкес еліміздің қолданыстағы 5–11 сыныптарға арналған оқулықтар мазмұнына және сағат көлеміне шолу жасалып, негізгі ұғымдар анықтамалары түсінуге және құрал ретінде қолдануға мүмкін математикалық тілде ұсынылды. Сонымен қатар, бірнеше ұғым мысалында бекітілген тақырыпты қай сыныпта енгізу қажет деген сұрақтың жауабын беретін, яғни білім алушылардың тақырыпқа сай жас ерекшеліктерін анықтау мүмкіндік беретін, эксперимент жүзеге асырылды.

Материалдар мен әдістер

Ықтималдықтар теориясы пәнінің бірнеше ұғымдары бойынша мектеп оқулықтарына шолу жүргізуге мүмкіндік беретін контент-анализ әдісі, ондағы артықшылықтар мен кемшіліктерді көрсетуге мүмкіндік беретін теориялық – анализ и синтез әдісі қолданылды. Талдау нәтижесі негізінде бірқатар ұғымдарды оқыту әдістемесін ұсынатын теориялық – модельдеу әдісі қолданылды. Ықтималдықтар теориясындағы әрбір тәжірибені зерттеуге мүмкіндік беретін математикалық модель құру әдісі қолданылды. Авторлардың педагогикалық тәжірибесі барысында жинақталған әдістемені қолдана отырып, сабақ беруді бақылауға мүмкіндік беретін заманауи—action research әдісі қолданылды.

Әр оқу жылының басында әр пән бойынша пән мазмұны мен тақырыптар көлемін қамтитын күнтізбе-тақырыптық жоспарлау беріледі. Әрине әр жылдың күнтізбе-тақырыптық жоспарлауында сағаттық немесе мазмұны жағынан өзгерістер де болып тұрады. Мысалы, 2023–2024 оқу-жылында жаратылыстану-математика бағыты бойынша Ықтималдықтар теориясына 5-сыныпта жалпы математиканың 170 сағатынан 2 сағат, 6-сыныпта 170 сағаттан 6 сағат, 7-сыныпта 102 сағаттан 6 сағат, 8-сыныпта 102 сағаттан 8 сағат, 9-сыныпта 102 сағаттан 18 сағат, 10-сыныпта 136 сағаттан 27 сағат, 11-сыныпта 102 сағаттан 6 сағат арналған.

Бұл жалпы орта мектеп бағдарламасы бойынша ықтималдықтар теориясын және оған қатысты тақырыптарды зерттеуге жалпы 884 сағаттың 63 сағаты бөлінетіндігін көрсетеді.

Комбинаторика мен статистика элементтерін, тіпті, бастауыш сынып оқулықтарынан да байқауға болады, олар жеке тақырып ретінде берілмегенімен қосымша есеп ретінде кездеседі. Әйтсе де, Ықтималдықтар теориясына 9-сыныпта тереңірек көңіл бөлініп, 11-сыныпқа дейін осы қарқында математикалық статистиканың элементтерін белгісіз параметрді интервалдық бағалау есебіне дейін қамти отырып жалғасады. Мәселен, 9-сыныпта Ықтималдықтар теориясының негіздері 15 сағат болса, 10-сыныпта Комбинаторика элементтері және оларды оқиға ықтималдығын табуда қолдану, Ньютон биномы тақырыптарына 3 сағат, оқиғалар ықтималдығы және олардың қасиеттері тақырыбына 3 сағат, шартты ықтималдық, ықтималдылықты қосу және көбейту формулалары тақырыбына 3 сағат, толық ықтималдық және Байес формулалары тақырыбына 2 сағат, Бернулли формуласы мен оның салдары тақырыбына 2 сағат, нақты құбылыстардың ықтималдық моделі тақырыбына 2 сағат және де кездейсоқ шамалар және олардың сандық сипаттамаларына 12 сағат, оның ішінде кездейсоқ шамалар тақырыбына 1 сағат, дискретті кездейсоқ шамалар тақырыбына 2 сағат, үзіліссіз кездейсоқ шамалар тақырыбына 3 сағат, дискретті кездейсоқ шамалардың сандық сипаттамалары тақырыбына 3 сағат, дискретті кездейсоқ шамалардың үлестірім функциялары және үлкен сандар заңы тақырыбына 3 сағат арналған.

11–сынып бағдарламасында ықтималдықтар теориясының элементтерін қайталау мен тұжырымдау қарастырылған.

Оған қоса, ықтималдықтар теориясының үзіліссіз жалғасы, белгілі бір мағынада оған кері есептерді шешетін математикалық статистика элементтері де оқулыққа енгізілген. Мәселен, диаграмма, полигон қисығы тәрізді математикалық статистика элементтері 4 сыныптың өзінде–ақ кездеседі. Ал А. Әбілқасымова және Т. Алдамұратова бастаған екі топ авторларының 5–сыныпқа арналған 2017 жылғы оқулықтарында бағанды, сызықтық, дөңгелек және графиктік диаграммалар, кестелер қамтылған «Диаграмма. Статистикалық мәліметтерді кескіндеу» атты тақырыбына жалпы жылдық 170 сағаттың 4 сағаты бөлінген. Дәл осы авторлардың 6–сыныпқа арналған 2018 жылғы оқулықтарында статистика элементтеріне «Статистика. Комбинаторика» атты жеке тарау арналып, орташа мән, ең кіші мән, ең үлкен мән, ауытқу, мода, медиана ұғымдарына 170 сағаттың 6 сағаты арналған. Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбеков авторларының 7–сыныпқа арналған 2017 жылғы алгебра оқулығында бас жиынтық және таңдама, жиіліктер мен салыстырмалы жиіліктер алқабы ұғымдары берілсе, 2017 жылғы А. Әбілқасымова, Т. Кучер, З. Жұмағұлова оқулығында вариациялық қатар, абсолюттік жиілік және салыстырмалы жиілік, жиіліктер кестесі, жиілік полигоны ұғымдары беріліп, оларға 7 сағат арналады. Ә.Н. Шыныбеков және тағы басқа да авторлардың 8–сыныпқа арналған 2018 жылғы алгебра оқулығында гистограмма, таңдама медианасы сынды статистиканың кейбір элементтеріне арналған «Кездейсоқ таңдаманың графиктік бейнесі» және орташа мән, таңдамалық дисперсия, стандарттық ауытқу ұғымдарына арналған «Таңдамалық дисперсия және стандартты ауытқу» тақырыптарын құрайтын «Статистика элементтері» тарауы енгізілген. Ал А.Е. Әбілқасымова бастаған авторлардың 8 сыныпқа арналған 2018 жылғы оқулығында «Интервалдық кесте. Гистограмма», «Жинақталған жиілік», «Орта мән, дисперсия, стандартты ауытқу» тақырыптарын қамтитын «Статистика элементтері» тарауы қарастырылған. Дәл осы тақырыптар Г.Н. Солтан, А.Е. Солтан, А.Ж. Жумадилова авторларының оқулығында да кездеседі. Бұл тақырыптарға алгебра мен геометрияға бөлінген 170 сағаттың 10 сағаты бөлінген. Бұдан кейін орта мектептің 9 және 10 сыныптарға арналған алгебра оқулықтарында ықтималдықтар теориясы оқытылып, математикалық статистика берілмейді. А.Е. Әбілқасымова және тағы басқа авторлар тобының 11 сыныбына арналған 2019 жылғы оқулықтарында [3] бас жиынтық және таңдама, дискретті және интервалдық вариациялық қатарлар, кездейсоқ шаманың сандық сипаттамаларын таңдамалар бойынша бағалау атты Математикалық статистика элементтері келтірілсе, ал Ә.Н. Шыныбеков, Д.Ә. Шыныбеков, Р.Н. Жұмабаев авторларының 2020 жылғы [3] оқулығында «Математикалық статистиканың бастапқы түсініктері» тарауы басты және таңдалым жиынтықтары, дискретті және интервалдық жиілік кестелері, негізгі статистикалық орта мәндер, статистикалық диаграммалар, кездейсоқ шама таңдалымының сандық сипаттамалары (таңдамалық сандық сипаттамалар) тақырыптарын қамтыған. Бұл тақырыптарға алгебра мен геометрияға бөлінген 204 сағаттың 5 сағаты бөлінген.

Математикалық статистика – деректерді талдау, ықтималдық негізінде қорытынды жасау және болжау әдістерін қамтитын математика тармағы. Математикалық статистиканың практикалық қолданысында бірнеше негізгі талдау әдістері кеңінен жүзеге асырылады. Солардың бірі — стохастикалық анализ, ол кездейсоқ үрдістер мен құбылыстарды зерттейді және қаржы, физика, телекоммуникация сияқты салаларда қолданылады. Регрессиялық анализ бір немесе бірнеше факторлардың нәтижеге әсерін зерттесе, дисперсиялық анализ (ANOVA) – бірнеше топтың орташа мәндерін салыстырып, олардың арасындағы айырмашылықтың статистикалық мәнін бағалауға мүмкіндік береді. Ал корреляциялық анализ айнымалылар арасындағы байланыс күшін және бағытын анықтауға көмектеседі.

Қазіргі таңда ол ақпараттық технологиялар, ғылым және өндіріс сияқты негізгі салаларда жетекші рөл атқарады. Мәселен, IT саласында статистикалық әдістер машиналық оқыту, жасанды интеллект, деректер ғылымы (data science), аномалияларды анықтау және

веб-аналитикада маңызды рөл атқарады. Бұл бағыттардан деректерді талдау, машиналық оқыту теориясы және жасанды интеллект сияқты жаңа ғылым салалары туындаған. Ғылымда математикалық статистика биология, медицина, психология, әлеуметтану, экология және экономика сияқты салаларда зерттеу нәтижесін өңдеу, гипотезаларды тексеру және модель құру үшін қолданылып, нәтижесінде биостатистика, психометрия, эконометрия, экологиялық статистика сияқты маманданған пәндер бөлініп шыққан. Өндіріс саласында статистика сапаны басқару, процесті бақылау, ақауларды болжау және өндірісті оңтайландыру үшін қолданылады, олар статистиканың арнайы өндірістік статистика, сапа менеджменті, қолданбалы статистика сияқты бағыттарында зерттеледі [4–8].

Осы әдістердің барлығы нақты деректермен жұмыс істеу, себеп-салдарлық байланыстарды анықтау, болжам жасау және дұрыс шешім қабылдау үшін қажет. Сондықтан математикалық статистика – заманауи ғылым мен технологияның негізін құрайтын, үздіксіз дамып келе жатқан әмбебап және қуатты құрал. Математикалық статистика, айтып өткендей, ықтималдықтар теориясымен тығыз байланыста болғандықтан мақалада Ықтималдықтар теориясын оқыту әдістемесінің де маңызды тұстары айшықталады.

Нәтижелер мен талқылаулар

Оқу бағдарламалары мен оқулықтарға жүргізілген шолудан кейін қарастырылып отырған әдістемелік зерттеудің маңызы зор екендігіне толық көз жеткіздік. Бірнеше анықтама мысалында ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика элементтерін беру әдістемелерін келтірейік.

Әрине, Ықтималдықтар теориясы мен математикалық статистика Өлшем теориясындағы терең математикалық білімге негізделгенімен, оны мектеп қабырғасында элементар оқиғалар жиыны ақырлы болатын «қарапайым» жағдайда пәннің жалпы құрылымы мен мазмұнындағы өзекті тұстарын жоғалтпай беруге болады. Және бұл ауқым ықтималдықтар теориясы аясында «Математикалық жетілу» деңгейіне жету үшін жеткілікті де болады.

Мұғалім білім алушыға ықтималдықтар теориясын меңгерту барысында басты назар аударатын жәйттардың бірі – *тәжірибе, тәжірибенің орындалуы және тәжірибе нәтижесі* атты ұғымдарын кез келген тәжірибе үшін бір-бірінен ажырата алу қабілетін қалыптастыру.

Құмар ойындардан бастау алған Ықтималдықтар теориясы анық және бір мағыналы қайсібір тәртіптер бойынша орындалған іс-әрекеттер нәтижесі нақты бірімәнді қорытындыларға ғана әкелетін әдеттегі математикадан алдын-ала белгісіз болуымен ерекшеленіп, қандай да бір статистикалық атты заңдылықтарға бағынатыны байқалғаннан туындаған жағдайларды қарастырады. Айтылғанды барлық мүмкін нәтижелері белгілі болғанымен, әрбір лақтыру алдында қай жағы түсетіндігі белгісіз, әйткенмен бақылаулар нәтижесінде екі жағының әрқайсысының түсу жиілігі $\frac{1}{2}$ санына жуық екендігі байқалатын симметриялы тиынды лақтыру рәсімі көрнекі түрде елестеттіреді. Ал бұл, мәселен, кез келген тікбұрышты үшбұрыштың катеттерінің квадраттарының қосындысы гипотенузаның квадратына тең болуын білдіретін бірімәнді қорытындысы бар Пифагор теоремасы тәрізді әдеттегі математикалық тұжырымдардан статистикалық заңдылықты қанағаттандыруымен айрықшаланады. Дәл осындай көріністі басқа да құмар ойындарда (карта тарату, ойын сүйектерін лақтыру және басқалары) көруге болады. Белгісіздіктің барлығы ықтималдықтар теориясы деп те қарастыруға болмайды, мысалы Абайдың немесе дәл Абайдай ақын туу не тумауы алдын ала белгісіз болғанымен ол статистикалық регулярлықты қанағаттандырмайды.

Сонымен, Ықтималдықтар теориясының зерттеу объектісі – статистикалық регулярлі қасиетке ие тәжірибелер. Әрбір осындай қасиетті тәжірибені зерттеу барысында жоғарыда айтылған тәжірибе, тәжірибенің орындалуы, элементар оқиғалар деп аталатын тәжірибе нәтижелері ұғымдарын бір-бірінен ажырата білу маңызды. Ол үшін бастапқыда ерінбей төмендегі кестені әр тәжірибе үшін толтыру ұсынылады. Алдымен бір тиынды бірінен кейін бірін екі рет лақтыру тәжірибесіне тоқталайық (1–кестені қараңыз).

Кесте 1 – Бір тиынды бірінен кейін бірін екі рет лақтыру тәжірибесіндегі ұғымдарды ажырату

Тәжірибе	Бір тиынды бірінен кейін бірін екі рет лақтыру
Тәжірибенің жүзеге асырылуы	Бір тиынды бірінен кейін бірін екі рет лақтырудан тұрады
Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері	$\omega_1 = TT$ (екі рет лақтырғанда да «Таңба» жағы түсті), $\omega_2 = TC$ (бірінші рет лақтырғанда «Таңба» жағы, екінші рет лақтырғанда «Сан» жағы түсті), $\omega_3 = CT$ (бірінші рет лақтырғанда «Сан» жағы, екінші рет лақтырғанда «Таңба» жағы түсті), $\omega_4 = CC$ (екі рет лақтырғанда да «Сан» жағы түсті)

Сонымен, үш ұғымды меңгеру үшін 2–кестені толтыра алу қажет.

Кесте 2 – Үш ұғымды ажыратудың жалпы схемасы

Тәжірибе	
Тәжірибенің жүзеге асырылуы	
Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері	

Білім алушы осы кестені өз бетінше бірнеше рет толтырғаннан кейін өзгертіп 3–кесте түріндегі мәліметтерді толтыруға болады.

Кесте 3 – Үш ұғымды ажыратудың қысқартылған схемасы

Тәжірибе	Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері

Әдетте оқулықтарда тиын лақтыру, ойын сүйегін лақтыру тәрізді тәжірибелермен шектеліп жатады. Оны күнделікті өмірде қолданылатын немесе ұлттық нақыштағы мысалдармен алмастыру пәнді игеруге өз септігін тигізеді. Мысалы асық лақтыру тәжірибесі үшін жасалған 4–кестені қараңыз.

Кесте 4 – Асық лақтыру тәжірибесі үшін үш ұғымды ажыратудың қысқартылған схемасы

Тәжірибе	Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері
Асық лақтыру	$\omega_1 = \text{алшы}, \omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_3 = \text{бүге}, \omega_4 = \text{шіге}$ (басқа жағдайлар ойындарда қарастырылмайды деп қабылдаймыз)

Сабақ беру барысында жоғарыдағы мысал тәрізді халықтың салт-дәстүрі, әдет-ғұрпына сай танымдылық деңгейі мен ұлттық санасын қатар өсіретін есептер беру пәндік біліммен қоса тәрбиелік жағын да қамти отырады.

Білім алушылар ықтималдықтар теориясында қарастырылатын тәжірибелер тек лақтырудан ғана тұрады деп ойлап қалмас үшін әртүрлі қолданыстағы мысалдарды да келтіріп отырған дұрыс. Айталық, сыныптағы үш ер және екі қыз баладан іс-шара ұйымдастырушысы ретінде бір ер бала және бір қыз бала таңдау мазмұнындағы мысалды қарастыруға болады. Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелерін келтіріңіз.

Тәжірибе: Сыныптағы бес баладан (үш ер бала – e_1, e_2, e_3 мен екі қыз баладан – q_1, q_2) бір ер бала және бір қыз бала таңдалады.

Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері: $\omega_1 = (e_1, q_1)$, $\omega_2 = (e_1, q_2)$, $\omega_3 = (e_2, q_1)$, $\omega_4 = (e_2, q_2)$, $\omega_5 = (e_3, q_1)$, $\omega_6 = (e_3, q_2)$. Бұл нәтижелерде таңдалатын екі баланың реті маңызды емес.

Жоғарыдағы келтірілген мысалдарда тәжірибелердің барлық мүмкін нәтижелер саны ақырлы болған еді. Сонымен қатар, ол жиын ақырсыз да болуы мүмкін. Мектеп қабырғасында, ешқандай дәлелдеусіз кез келген аралық та, саналымды жиын да, жазықтықтың ауданы бар, кеңістіктің көлемі бар жиыншалары да элементар оқиғалар жиыны бола алатындығы атап өтіледі. Мысалы, тәжірибе нысанаға тигенге дейінгі оқ атудан тұрсын. Тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелерін жазатын болсақ, оқ нысанаға бірінші рет атқанда тиюі мүмкін, онда $\omega_1 = T$, оқ нысанаға алғаш рет екінші рет атқанда тиюі мүмкін – $\omega_2 = \bar{T}T$, оқ нысанаға тек үшінші рет атқанда тиюі мүмкін, яғни бірінші және екінші рет атқанда тимей, ал үшінші рет атқанда тиюі мүмкін – $\omega_3 = \bar{T}\bar{T}T$, сол сияқты оқ нысанаға алғаш рет n -ші рет атқанда ғана тиюі мүмкін, онда $\omega_n = \underbrace{\bar{T}\bar{T}\dots\bar{T}}_{n-1 \text{ рет}} T$. Және осылай ары қарай жалғаса береді. Сонда тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері

$$\omega_1 = T, \omega_2 = \bar{T}T, \omega_3 = \bar{T}\bar{T}T, \dots, \omega_n = \underbrace{\bar{T}\bar{T}\dots\bar{T}}_{n-1 \text{ рет}} T, \dots \quad (1)$$

Жоғарыда айтқандай осы сияқты барлық мүмкін нәтижелер жиыны кез келген сандық аралық та, жазықтықтың, кеңістіктің кез келген өлшемді жиыншасы да, функциялар жиыны да болуы мүмкін. Бұндай мысалдардың бірнешеуін сабақ барысында келтіріп, бірақ білім алушыларға олар ары қарай мектеп математикасы аясында зерттелмейтіндігін ескерту қажет. Сонымен қатар, өлшемдер теориясынсыз беруге мүмкін емес болғандықтан теориялық тұрғыдан түсіндірмесіз енгізілетін ықтималдықтың геометриялық анықтамасын да осы түрдегі элементар оқиғалар кеңістігі болатындығын айтып және ондағы элементар оқиғалар саны сол жиынның өлшеміне, яғни бір өлшемді жиын болғанда аралық ұзындығына, екі өлшемді болғанда жиын ауданына және үш өлшемді болғанда көлемге пара-пар болатындығын анықтап түсіндіруі қажет.

Келесі назар салатын ұғым – *оқиға*. Кейбір оқулықтарда «... *оқиға көбінесе ақиқат, кездейсоқ, мүмкін емес деп үшке бөлінеді*» деп басталып, оқиға ұғымының өз анықтамасы ешқандай түрде берілмей кетсе, кейбір оқулықтарда анықтама не екені анықталмаған «*оқиғаның орындалатынын не орындалмайтындығы*» арқылы берілген. Оқиға немесе «кездейсоқ оқиға» ұғымы анықтамалары енгізілген күннің өзінде математикалық емес, математикалық құралдармен тексеруге, зерттеуге келмейтін түрде енгізу білім алушыға түсінбеушілік әкелумен қатар, «*Математикалық жетілу*» деңгейінен алыстады деуге болады.

Осы ұғымдарды беру әдістемесіне тоқталайық. Ол үшін оқиға анықтамасын [9–14] оқулықтарындағыдай математикалық құралдар арқылы беру ұсынылады.

Анықтама. Барлық мүмкін элементар оқиғалар жиынының (Ω) кез келген өлшемді жиыншасы *оқиға* деп аталады, яғни оқиға элементар оқиғалардан құралған өлшемді жиын: $A \subset \Omega$, A – оқиға.

Мектеп математикасында ықтималдықтар теориясы құрылымын элементар оқиғалар саны ақырлы болған жадайда өлшем ұғымынсыз толық сипаттауға болатындығы жоғарыда айтылды. Мәселен, дәл осы оқиға анықтамасын келесі түрде беруге болады.

Анықтама. Барлық мүмкін элементар оқиғалар жиынының (Ω) кез келген жиыншасы *оқиға* деп аталады, яғни оқиға элементар оқиғалардан құралған жиын: $A \subset \Omega$, A – оқиға.

Бұндай тұрғыдан берілген анықтаманы түсіну жиын ұғымымен 2-сыныптан бастап таныс білім алушылар үшін айтарлықтай қиындықтар тудырмайды және бір жиынның жиыншаларын анықтауда математикалық жолмен тексеру мүмкін әрі жеңіл.

Осы анықтама негізінде жоғарыдағы асық лақтыру тәжірибесіндегі барлық мүмкін оқиғалар тізімін келтірейік:

$A_1 = \emptyset, A_2 = \{\omega_1 = \text{алшы}\}, A_3 = \{\omega_2 = \text{тәйкі}\}, A_4 = \{\omega_3 = \text{бүге}\}, A_5 = \{\omega_4 = \text{шіге}\},$
 $A_6 = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_2 = \text{тәйкі}\}, A_7 = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_3 = \text{бүге}\}, A_8 = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_4 = \text{шіге}\},$
 $A_9 = \{\omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_3 = \text{бүге}\}, A_{10} = \{\omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_4 = \text{шіге}\}, A_{11} = \{\omega_3 = \text{бүге}, \omega_4 = \text{шіге}\},$
 $A_{12} = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_3 = \text{бүге}\}, A_{13} = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_4 = \text{шіге}\},$
 $A_{14} = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_3 = \text{бүге}, \omega_4 = \text{шіге}\}, A_{15} = \{\omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_3 = \text{бүге}, \omega_4 = \text{шіге}\},$
 $A_{16} = \Omega = \{\omega_1 = \text{алшы}, \omega_2 = \text{тәйкі}, \omega_3 = \text{бүге}, \omega_4 = \text{шіге}\}.$

(2)

Білім алушыларға жоқ дегенде бастапқы сабақтарда зерттелінді тәжірибенің барлық мүмкін элементар оқиғалар жиынымен қоса барлық мүмкін оқиғалар жиынын да жаза білу маңызды. Авторлардың педагогикалық тәжірибесінде білім алушылар арасында арасында тәжірибені жүргізіп қандай да бір нәтиже орындалғандықтан «*бос жиын қалай оқиға болады?*», «*нәтиже тек біреу ғана болғандықтан элементтер саны бірден артық жиын қалай оқиға болады?*» деген сұрақтар туындап жататындығы белгілі. Бұл әрине олардың тікелей анықтаманы қолдана білмеуінен туындайтын түсініспеушіліктер. Уақыт өте келе анықтама бойынша оқиға Ω элементар оқиғалар жиынының кез келген жиыншасы болғандықтан бос жиын да, элементтер саны барлық мүмкін элементтар оқиғалар санынан аспайтын элементар оқиғалардан құралған кез келген жиын да, оның ішінде барлық элементар оқиғалар жиыны да Ω -ның жиыншасы оқиға болғандығын түсіндіре отырып, бұл бастапқы ұғымдарды игерудегі пайда болатын сұрақтардың орнын толтырады.

Оқиға орындалу немесе орындалмау ұғымдары да ешқандай «құпиясыз, сиқырсыз» жиын және жиынның элементтері арақатынастары арқылы беріледі.

Анықтама. Егер тәжірибе нәтижесі (элементар оқиға) A оқиғасының элементі болса, онда A оқиғасы орындалды, ал керісінше жағдайда, яғни тәжірибе нәтижесі A оқиғасында жатпаса, онда A оқиғасы орындалмады деп аталады.

Бұл анықтама да, әрине, біз зерттеген оқулықтардың басым көпшілігінде жоқ, тек [9–11], сол оқулық негізінде жинақталған [12] есептер жинағында және жеке дараламай мәтін арасында [14] оқулығына енген.

Оқиға орындалу не орындалмауын берілген анықтама негізінде тексеру тіптен оңай – тәжірибе жүргізілді, нәтиже белгілі, бақыланып отырған оқиғаның орындалу не орындалмауын тексеру үшін тәжірибе нәтижесі болған элементар оқиға элемент ретінде сол оқиғада жата ма, жатпай ма соны ғана анықтау қажет. Тағы да асық лақтыру тәжірибесіне жүгінейік. Асық лақтыру нәтижесінде $\omega_1 = \text{алшы түсті делік}$. Бұл нәтиже элементар оқиға есебінде мысалы A_6 оқиғасында жатқандықтан тәжірибе нәтижесінде A_6 оқиғасы толық орындалады, ал, мысалы, A_{15} оқиғасында жатпағандықтан A_{15} оқиғасы бұл жағдайда орындалмайды. Осы тәрізді бұл тәжірибе нәтижесінде $A_2, A_7, A_8, A_{12}, A_{13}, A_{14}, A_{16}$ оқиғалары орындалып, $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{15}$ оқиғалары орындалмайды. Сонымен бір элементар оқиғаның орындалуы оны қамтитын оқиғаның орындалуын толық қамтамасыз етеді, яғни оқиғада жататын әрбір элементар оқиға оның орындалуына мүмкіндік болып табылады, сондықтан да ықтималдықтың классикалық анықтамасында мүмкіндіктер саны есептелінеді.

Оқиға орындалу не орындалмауын анықтап алғаннан кейін мүмкін емес, ақиқат оқиғалар анықтамалары тіптен түсінікті түрде қабылданады.

Анықтама. Барлық мүмкін элементар оқиғалардан құралған оқиға, яғни тәжірибе нәтижесі қандай болса да орындалатын оқиға, мүмкін (ақиқат) оқиға деп аталады (Ω – ақиқат оқиға).

Анықтама. Тәжірибе нәтижесі қандай болса да орындалмайтын оқиға, яғни бір де бір элементар оқиғаны қамтымайтын оқиға, жалған оқиға деп аталады (бос жиын $\emptyset$ – жалған оқиға).

Жоғарыдағы асық лақтыру тәжірибесінде A_{16} – ақиқат оқиға, ал A_1 – жалған оқиға болып табылады.

Оқиға ұғымын жиын арқылы анықтап алғаннан кейін оған қолданылатын амалдарды анықтау да ыңғайлы болады, олардың тек біріне ғана тоқталайық.

Мектеп математикасында екі жиынның қиылысуы, тағы да қайталайық, 2 сыныптан бастау алады (бұл жаста оның қаншалықты қажет екендігі әрине басқа сұрақ). Берілген екі жиынның екеуінде де жататын және тек сонда ғана жататын барлық элементтерден құрылған жиын екі жиынның қиылысуы деп аталса, соның негізінде екі оқиғаның қиылысуы келесідей анықталады

Анықтама. *А және В оқиғалары берілсін. А және В оқиғалары бір уақытта орындалғанда және тек сонда ғана орындалатын оқиға А және В оқиғаларының қиылысуы (немесе көбейтіндісі) деп аталады да, $A \cap B$ немесе AB түрінде белгіленеді.*

Ары қарай басты жиынтық мысалындағы математикалық статистиканың негізгі ұғымына тоқталайық. Жоғарыда айтылғандай, математикалық статистика белгілі бір мағынада ықтималдықтар теориясына кері есептерді қарастырғандықтан ықтималдықтар теориясы оның негізгі зерттеуші құралы болып табылады. Ал мектептегі математикалық статистика мазмұнында бұл ұғымдардың анықтамалары ықтималдықтар теориясымен байланыссыз берілген. Бірақ бұл анықтамалар ықтималдықтар теориясы негізінде «*Параметрлеріне дейінгі дәлдікпен берілген түрі анық немесе үлестірім функцияларының қандай да бір классында жататындығы белгілі ξ кездейсоқ шамасының барлық мүмкін мәндер жиыны ξ кездейсоқ шамасының басты жиынтығы деп аталады*» келесі түрде берілуі қажет. Бұдан білім алушылар басты жиынтықтың математикалық объект ретінде белгілі бір кездейсоқ шаманың мәндер жиыны екендігін түсінеді.

Және ары қарай да осындай форматта «түсінікті түсініктердің» түсіндірмесін жалғастыра беруге болады. Сонымен қатар, кейбір ұғымдарды атаумен шектелу пән игеруде пайда тигізбейтіндігін де атап өтейік.

Жаңа мазмұндағы тақырыптарды мектеп математикасында енгізудегі туындайтын тағы бір сұрақ сыныптар бойынша оқулықтардың мазмұнын құруда білім алушылардың жас ерекшеліктерін анықтау. Ол үшін «Жаңа тақырыпты қай сыныпта, қандай көлемде беру қажет?» деген мәселеге жауап беріледі. Бұны шешу үшін Г.Т. Джумакаева, Н.Темиргалиев [15] мақаласында

1. Бағдарламалық материалдар білім алушылардың жас ерекшеліктеріне байланысты әрқайсысы 15–30 минуттан тұратын тақырыптарға бөлінеді. Әрбір тақырып бойынша әрі қарай сараптамадан өтетін әдістемелік ұсыныстар беріледі;

2. Білім алушылардың жастарына қарай топтар құрылады;

3. Жастарына қарай құрылған топтардың әрқайсысымен құрастырылған әдістеме бойынша 15–30 минуттық сабақтар жүргізіледі;

4. Тақырыпты меңгеру деңгейін тексеру үшін уақытқа байланысты екі түрдегі бақылау формасы жүргізіледі: а) Тура сабақтан кейін, б) Жазбаша материалдарды меңгергеннен кейін;

5. Бақылау ауызша сұрау, жазбаша жұмыс және тестілеуді қамтиды;

6. Тақырыпты меңгеру дәрежесі бақылау нәтижелерін статистикалық өңдеу негізінде анықталады;

7. Тақырыптар мен жас ерекшеліктеріне байланысты құрылған топтар бойынша қорытындылар мен ұсыныстар жасалады;

8. Эксперимент нәтижелерін әлеуметтік топтар, өңірлер, елдер т.б. бойынша салыстыруға болады

сегіз қадамнан тұратын білім алушылардың жас ерекшеліктеріне сәйкес мектеп бағдарламасының материалын игерудің эмпирикалық әдісі ұсынылған.

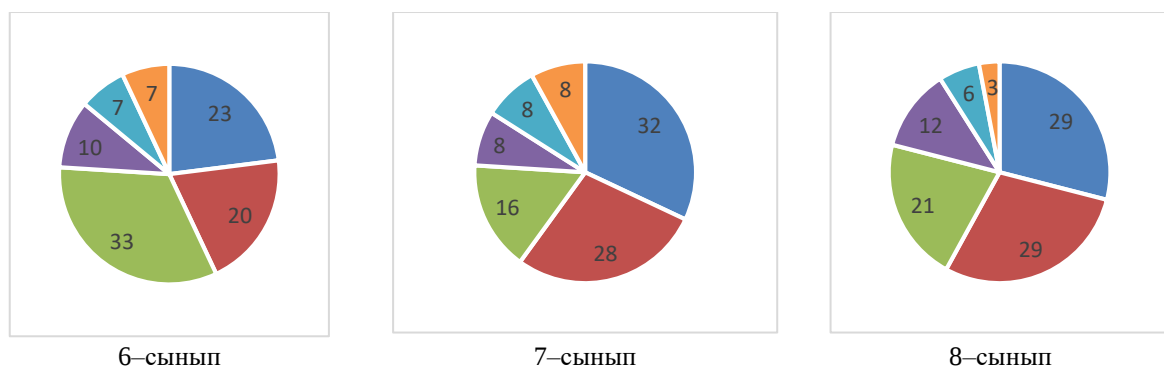
Авторлардың жетекшілігімен жоғарыда келтірілген әдістемеге сәйкес тәжірибе, тәжірибені жүзеге асыру, тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері – элементар оқиға, оқиға ұғымдары үшін білім алушылардың жас ерекшеліктерін анықтауға арналған осы эмпирикалық әдіс жүргізілді. Бұл экспериментке 6–сыныптан 30 оқушы, 7–сыныптан 25

оқушы, 8–сыныптан 52 оқушы қатысты. Білім алушылардың ұғымдарды меңгеру деңгейін тексеру сабақ аяқталысымен ұйымдастырылды. Бақылау формасы тест түрінде жүргізіліп, бақылау нәтижелері статистикалық өңдеуден өтті. Кесте 5 төрт бағаннан тұрады. 1–ші бағанда дұрыс жауап берілген сұрақтар саны, 2–ші, 3–ші, 4–ші бағандарда сәйкес 6–шы, 7–ші, 8–ші сыныптарда оқитын білім алушылардың жауап берген сұрақтар санына сәйкес білім алушылар саны мен пайыздық көрсеткіші көрсетілген.

Кесте 5 – 6–8 сынып оқушыларына «Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары» тақырыбы бойынша өткізілген эксперименталды сабақ нәтижесі

Тест сұрақтары	6 сыныпта оқитын 30 оқушыдан сұрақтардың сәйкес санына жауап берген оқушылар саны (пайыздық көрсеткіші)	7 сыныпта оқитын 25 оқушыдан сұрақтардың сәйкес санына жауап берген оқушылар саны (пайыздық көрсеткіші)	8 сыныпта оқитын 52 оқушыдан сұрақтардың сәйкес санына жауап берген оқушылар саны (пайыздық көрсеткіші)
5 сұраққа жауап берген	7 (23%)	8 (32%)	15 (29%)
4 сұраққа жауап берген	6 (20%)	7 (28%)	15 (29%)
3 сұраққа жауап берген	10 (33%)	4 (16%)	11 (21%)
2 сұраққа жауап берген	3 (10%)	2 (8%)	6 (12%)
1 сұраққа жауап берген	2 (7%)	2 (8%)	3 (6%)
Дұрыс жауабы жоқ	2 (7%)	2 (8%)	2 (3%)

6, 7, 8 сыныптардың пайыздық көрсеткіштері 1–суретте диаграмма арқылы берілген. Онда қанық көкпен 5 сұраққа, қызғылт сары түспен 4 сұраққа, қанық жасылмен 3 сұраққа, көк түспен 2 сұраққа, күлгін түспен 1 сұраққа жауап бергендердің және жасыл түспен барлық сұрақтарға жауап бермегендердің үлесі сипатталған.



Сурет 1 – оқушылар үлгерімінің диаграммалық сипаттамасы

Сонымен тәжірибе, тәжірибені жүзеге асыру, тәжірибенің барлық мүмкін нәтижелері – элементар оқиға, оқиға ұғымдарын меңгеруде 6 сынып оқушыларының жақсы деңгейде (5 және

4 сұраққа жауап берген) жауап берген оқушылар санының пайыздық көрсеткіші – 43%, 7 сыныпта – 60%, 8 сыныпта – 58% құрайды. Демек, ауытқу бір-бірінен айтарлықтай үлкен болмаса да «Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары» тақырыбын меңгеруге 7 сынып оқушылары жас ерекшелігі жағынан 6 және 8 сынып оқушыларына қарағанда бейім деген қорытындыға келеміз. Осындай тәжірибені мектеп математикасының мазмұнына соңғы жылдары енген барлық тақырыптар бойынша жүргізу қажет етіледі.

Қорытынды

Құмар ойындардан бастау алған ықтималдықтар теориясының алғашқы қадамдары XV–XVI ғасырларда осы қызығушылықтарға қатысты мүмкіндіктер санын есептеуде кездесе, ал ғылым ретінде қалыптасуы XVII–XVIII ғасырлардағы Паскаль, Ферма, Гюйгенс, Бернулли, Лаплас, Муавр, Пуассон, Гаусс еңбектерінде пайда болған. Бұл зерттеулердің барлығы үзік-үзік қарастырулар түрінде болып, күні кешегіге дейін жүйелі ғылым саласы түрінде қалыптаспаған еді. Ары қарай, ықтималдықтар теориясы бойынша ауқымды еңбектер тізімін Антуан Огюстен Курноның 1843 жылы Парижде шыққан «Exposition de la th'eorie des chances et des probabilites» («Мүмкіндіктер мен ықтималдықтар теориясының негіздері») атты трактатымен жалғасады. Ал нақты математикалық құралдармен зерттеуге мүмкіндік беретін аксиомаландырылған ғылым ретіндегі бастамасы Андрей Николаевич Колмогоровтың 1933 жылы Берлинде неміс тілінде шыққан «Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung, in Ergebnisse der Mathematik» («Ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары») еңбегінен бастау алған. Қазіргі күнде ықтималдықтар теориясы өзінің үзіліссіз жалғауы – математикалық статистикамен бірге өндірісте, жаратылыстану ғылымдарында, атап айтқанда, физика, химия, биология, ол арқылы, генетика мен медицина салаларында, актуарлық және қаржылық математика, соның ішінде айқынсыздық жағдайдағы тәуекелдер теориясы, және соңғы кезде қарқынды дамып келе жатқан жасанды интеллект салаларында қолданылады. Дұрыс берілген математикалық білім тек «Математикалық жетілу» деңгейіне әкеліп қана қоймай, кез келген мамандықты меңгерудің кепілі бола алады. Сондықтан ықтималдықтар теориясы және математикалық статистиканы меңгеру математика мамандығы мен қоса басқа да мамандық иелерінің өсуіне үлкен үлесін қосады.

Мақалада Ықтималдықтар теориясын беру әдістемесі тәжірибе, тәжірибені жүзеге асыру, тәжірибенің нәтижесі – элементар оқиға, оқиға, оқиғаның орындалуы сынды негізгі ұғымдар мысалында, математикалық статистика басты жиынтық мысалында талқыланып, математика тіліндегі дұрыс анықтамалары мен авторлардың өз педагогикалық тәжірибесінен алынған тиімді әдістемелері ұсынылған. Сонымен қатар, ықтималдықтар теориясының негізгі ұғымдары мысалында тақырыпты оқытудың жас ерекшелігін анықтау үшін эмпирикалық эксперимент жүргізіліп, бұл тақырып дәл 7 сыныпта оқыту тиімді деген қорытындыға келумен қатар мектеп бағдарламалары мен оған сәйкес келетін оқулықтарды құруға негіз болатын әдістеме жобасы берілді.

Қаржыландыру туралы ақпарат

Зерттеу ҚР Ғылым және жоғарғы білім министрлігінің гранттық жобаларды қаржыландыру негізіндегі AP19680525 ««Математикалық статистика» пәні бойынша бастапқы білімнен оны қолдануға дейінгі мазмұнды қамтитын білім беру моделін әзірлеу» жобасы аясында жүргізілді.

ӘДЕБИЕТТЕР:

1 Batanero C., Begué N., Álvarez-Arroyo R., Valenzuela-Ruiz S.M. Prospective Mathematics Teachers' Understanding of Classical and Frequentist Probability // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, № 19. – P. 2526. <https://doi.org/10.3390/math9192526>

2 Batanero C., Álvarez-Arroyo R. Teaching and learning of probability // ZDM – Mathematics Education. – 2023. – Vol. 56. – P. 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>

3 Орта мектеп оқулықтары [электрон. ресурс] – Қолжетімді: <https://okulyk.kz/> (қаралған күні: 25.05.2025)

- 4 Dinov Ivo D. Data Science and Predictive Analytics: Biomedical and Health Applications Using R: [Text] / Ivo D. Dinov. – Springer, 2023. – 918 p.
- 5 Poldrack R.A. Mathematical Statistics: An Introduction to Likelihood Based Inference: [Textbook] / R.A.Poldrack. – Cambridge: Cambridge University Press, 2023. – 448 p.
- 6 Ивченко Г.И. Математическая статистика: [учебник] / Г.И. Ивченко, Ю.И. Медведев. – Москва: МЦНМО, 2021. – 352 с.
- 7 Hansen B. Econometrics: [textbook] / B. Hansen. – Princeton: Princeton University Press, 2022. – 700 p.
- 8 Sullivan, L.M. Essentials of Biostatistics in Public Health: [textbook] / L.M. Sullivan. – Burlington, MA: Jones & Bartlett Learning, 2023. – 400 p.
- 9 Темірғалиев Н. Алгебра және анализ бастамалары. X–XI кластар: [оқулық] / Н. Темірғалиев, Б.Әубәкір, Е. Баилов, М.К. Потапов, К. Шерниязов. – Алматы: Жазушы, 2002. – 382 б.
- 10 Темиргалиев Н. Алгебра и начала анализа. X–XI классы: [учебник] / Н. Темиргалиев, Б. Аубакир, Е. Баилов, М.К. Потапов, К. Шерниязов. – Алматы: Жазушы, 2002. – 423 с.
- 11 Темірғалиев Н. Ақырлы нәтижелі элементар ықтималдықтар теориясы: [оқулық] / Н. Темірғалиев. – Астана, 2023. – 147 б.
- 12 Тауғынбаева Ғ.Е. Ықтималдықтар теориясы бойынша есептер жинағы: [оқулық] / Ғ.Е.Тауғынбаева, А.Ж. Жұбанышева. – Астана: Мастер принт, 2023. – 217 б.
- 13 Жұбанышева А.Ж., Тауғынбаева Ғ.Е., Наурызбаев, Н.Ж., Темірғалиев Н. Ықтималдықтар теориясы оқулықтарындағы бір проблемалық мәселе туралы // Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университетінің хабаршысы. Математика. Компьютерлік ғылымдар. Механика сериясы. – 2022. – Т. 140, №3. – Б. 15–22. <https://doi.org/10.32523/2616-7182/bulmathenu.2022/3.2>
- 14 Чернова Н.И. Теория вероятностей: учебное пособие / Н.И. Чернова. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2007. – 160 с.
- 15 Джумакаева, Г.Т., Темиргалиев Н. Метод анализа возрастных способностей учащихся к усвоению учебного материала //Вестник Евразийского национального университета имени Л.Н. Гумилева. – 2011. – Т. 80, № 1. – С. 39–50.

REFERENCES:

- 1 Batanero C., Begué N., Álvarez-Arroyo R., Valenzuela-Ruiz, S.M. (2021). Prospective Mathematics Teachers' Understanding of Classical and Frequentist Probability // Mathematics, vol. 9., vol. 19., 2526 p. <https://doi.org/10.3390/math9192526>
- 2 Batanero C., Álvarez-Arroyo R. (2023). Teaching and learning of probability. ZDM – Mathematics Education. vol. 56., pp. 5–17. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01511-5>
- 3 Orta mektep oqulyqtary [School textbooks] [electronic resource]. Available at: <https://okulyk.kz/> (accessed: 25.05.2025). [in Kazakh]
- 4 Dinov Ivo D. (2023) Data Science and Predictive Analytics: Biomedical and Health Applications Using R: [Text] / Ivo D. Dinov. – Springer, 918 p.
- 5 Poldrack R.A. (2023) Mathematical Statistics: An Introduction to Likelihood Based Inference: [Textbook] / R. A. Poldrack. – Cambridge: Cambridge University Press, 448 p.
- 6 Ivchenko G.I., Medvedev Yu.I. (2021). Matematicheskaya statistika [Mathematical Statistics]. Moscow: MTsNMO. 352 p. [in Russian]
- 7 Hansen B. (2022) Econometrics: [textbook] / B. Hansen. – Princeton: Princeton University Press., 700 p.
- 8 Sullivan, L.M. (2023) Essentials of Biostatistics in Public Health: [textbook] / L.M. Sullivan. – Burlington, MA: Jones & Bartlett Learning., 400 p.
- 9 Temirgaliev N., Aubakir B., Bailov E., Potapov M.K., Sherniyazov K. (2002). Algebra zhane analiz bastamalary. X–XI klastar [Algebra and Elements of Analysis. Grades X–XI]. Almaty: Zhazushy. 382 p. [in Kazakh]
- 10 Temirgaliev N., Aubakir B., Bailov E., Potapov M. K., Sherniyazov K. (2002). Algebra i nachala analiza. X–XI klassy [Algebra and Elements of Analysis. Grades X–XI]. Almaty: Zhazushy. 423 p. [in Russian]
- 11 Temirgaliev N. (2023). Aqyrly natizheli elementar yktymaldyqtar teoriyasy [Finite Elementary Probability Theory]. Astana. 147 p. [in Kazakh]
- 12 Taugynbayeva G.E., Zhubanysheva A.Zh. (2023). Yqtymaldyqtar teoriyasy boiynsha esepтер zhinagy [Collection of Problems in Probability Theory]. Astana: Master Print. 217 p. [in Kazakh]
- 13 Zhubanysheva A.Zh., Taugynbayeva G.E., Nauryzbaev N.Zh., Temirgaliev N. (2022). Yqtymaldyqtar teoriyasy oqulyqtaryndagy bir problemalyq masele turaly [On One Problematic Issue in Probability Theory Textbooks]. Vestnik L. N. Gumilyov Eurasian National University. Mathematics. Computer Science. Mechanics Series, 140(3), 15–22. [in Kazakh]
- 14 Chernova N.I. (2007). Teoriya veroyatnostey [Probability Theory]. Novosibirsk: Novosibirsk State University. 160 p. [in Russian]
- 15 Dzhumakaeva G.T., Temirgaliev N. (2011). Metod analiza vozrastnykh sposobnostey uchashchikhsya k usvoeniyu uchebnogo materiala [Method for Analyzing the Age Abilities of Students to Master Learning Material]. Vestnik ENU im. L.N. Gumileva [Bulletin of the L.N. Gumilyov Eurasian National University], 80(1), 39–50. [in Russian]

ВОПРОСЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Жубанышева А.Ж., Таугынбаева Г.Е.*

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева,
Республика Казахстан, г. Астана

*e-mail: zhubanysheva_azh@enu.kz, taugynbayeva_gye@enu.kz

Аннотация. Теория вероятностей и математическая статистика представляют собой особый раздел математической науки. Аксиоматизация теории вероятностей в начале XX века ознаменовала её становление как самостоятельной и фундаментальной области математики, одновременно теория вероятностей является основой для математической статистики. Развитие этих направлений способствовало появлению новых областей знаний, таких как теория риска, актуарная математика, стохастический анализ, биостатистика и другие, а также обусловило возникновение ряда специальностей. В связи с возрастающей ролью вероятностно-статистических методов в различных сферах науки и практики, их включение в школьные программы по математике является своевременным и обоснованным. В связи с чем, теоретическое и практическое обучение теории вероятностей и математической статистике является актуально.

Одним из важных вопросов является методика преподавания базовых понятий, которые часто упускаются из виду в процессе обучения, и ограничиваются подстановками в формулы и расчётами. Кроме того, поскольку в последние годы в школьную программу включены элементы теории вероятностей и математической статистики, определение возрастных способностей учащихся, т.е. в каких классах и в каком объёме следует преподавать каждую тему дисциплины, является важным компонентом методики преподавания предмета. Цель статьи заключается в на примере некоторых основных понятий теории вероятностей и математической статистики обсуждению и предложению математически корректных определений, методики их преподавания, а также учет возрастных особенностей учащихся.

В связи с этим в статье рассматриваются требующие внимания аспекты методики преподавания элементов теории вероятностей и математической статистики в школьной математике, в частности, умение различать понятия эксперимент, реализация эксперимента и результат эксперимента, событие, реализация события, генеральная совокупность, и предлагается методика их преподавания. На основе эмпирического опыта, позволяющего определить, с какого класса следует вводить эти и другие темы теории вероятностей и математической статистики в школьную математику, делаются выводы, выявляющие возрастные особенности учащихся для ряда понятий. Результаты представленного исследования могут служить основой для создания школьных программ и соответствующих учебников.

Ключевые слова: Теория вероятностей, математическая статистика, школьная математика, образовательная программа, методика преподавания теории вероятностей, школьные учебники, возрастные особенности учащихся.

ISSUES OF TEACHING PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS IN SECONDARY SCHOOL

A.Zh. Zhubanysheva, G.E. Taugynbayeva*

L.N. Gumilyov Eurasian National University, Republic of Kazakhstan, Astana

*e-mail: zhubanysheva_azh@enu.kz, taugynbayeva_gye@enu.kz

Abstract. Probability theory and mathematical statistics represent a distinct branch of mathematical science. The axiomatization of probability theory in the early 20th century marked its emergence as an independent and fundamental field of mathematics. At the same time, probability theory serves as the foundation for mathematical statistics. The development of these disciplines has contributed to the emergence of new areas of knowledge such as risk theory, actuarial mathematics, stochastic analysis, biostatistics, and others, and has led to the formation of several specialized fields. Given the growing importance of probabilistic and statistical methods in various areas of science and practice, their inclusion in school mathematics curricula is both timely and justified. Therefore, the theoretical and practical teaching of probability theory and mathematical statistics is highly relevant.

One of the key issues is the methodology for teaching fundamental concepts, which are often overlooked during instruction and reduced to mere formula substitution and calculations. Furthermore, since elements of probability theory and mathematical statistics have been introduced into the school curriculum in recent years, determining the age-related capabilities of pupils—namely, in which grades and to what extent each topic should be taught—is a crucial component of the teaching methodology for this subject. The purpose of this article is to discuss and propose mathematically accurate definitions of certain fundamental concepts in probability theory and mathematical statistics, as well as teaching methods for these concepts, taking into account the age-related characteristics of students.

In this regard, the article examines key aspects of the methodology for teaching elements of probability theory and mathematical statistics in school mathematics that require particular attention. Specifically, it addresses the importance of distinguishing between the concepts of an experiment, an experiment's realization, and its outcome, as well as an event and its realization, statistical population, and proposes an instructional approach for teaching these concepts. Based on empirical experience that helps determine the appropriate grade levels at which to introduce these and other topics in probability theory and mathematical statistics, the article draws conclusions about the age-related characteristics of students in relation to a number of fundamental concepts. The results of this study can serve as a foundation for the development of school curricula and corresponding textbooks.

Keywords: *Probability theory, mathematical statistics, school mathematics, educational program, teaching methods of probability theory, school textbooks, age-related characteristics of students.*